ДПТНЗ
«Дніпродзержинський центр підготовки та перепідготовки робітничих кадрів будівництва та автотранспорту»

Проскур Валентина Олександрівна,
викладач математики,
спеціаліст вищої категорії, старший викладач

КРОК ДО ЗНАНЬ

Робочий зошит по темі «Логарифмічна функція»

Дніпродзержинськ 2013 рік

Крок до знань (робочий зошит по темі «Логарифмічна функція»
Автор: В.О. Проскур – ДЦППРКБА , 2013 рік

Даний матеріал рекомендовано викладачам математики для проведення уроків та тематичного оцінювання та учням для підготовки до ДПА та ЗНО.

Автори: В.О.Проскур – **викладач математики вищої категорії,**
старший викладач

Рецензенти: **Н.В.Волчкова – заступник директора з НВЧ ДЦППРКБА;**
Л.Л.Негой - викладач математики вищої категорії

«Погоджено»
на засідання методичного об'єднання
природничо-математичних дисциплін
протокол № ______
від « _____ » ______________ 2013 р.

Урок №1

Логарифми та їх властивості.

Розглянемо рівність $4^3=64$. У цій рівності число 3 є показником степеня, до якого слід піднести число 4, щоб дістати 64.

Аналогічно в рівності $5^{-2} = \frac{1}{25}$ число (-2) є показником степеня, до якого треба піднести число 5, щоб дістати 1/25. У загальному випадку в рівності $a^x=N$ число x є показником степеня, до якого треба піднести основу a, щоб дістати число N.

Розглянемо рівняння $a^x=N$, де a і N – деякі числа, причомуa> 0 і $a \neq 1$. Якщо $N \leq 0$, то це рівняння не має коренів, бо значення показникової функції $y = a^x$ додатні при будь-якому x.

Для N> 0 рівняння має корінь, і до того ж єдиний. Справді, областю значень показникової функції $y = a^x$ при $a \neq 1$ є множина додатних чисел (отже, корінь рівняння існує). Крім того, кожне своє значенн япоказникова функція набуває лише при одному значенні аргументу (отже цей корінь єдиний).

Означення. Корінь рівняння $a^x=N$, де a> 0, $a \neq 1$, називають логарифмом числа N за основою a.

Означення. Логарифмом числа N за основою a (a> 0 і $a \neq 1$) називається показник степенях, до якого треба піднести a, щоб дістати число N.

Те, що число x є логарифмом числа N за основою a, записують так: $\log_a N = x$

Цю рівність читають так: логарифм числа N за основою a дорівнює x.

Наприклад, з рівності $5^3=125$ випливає, що $\log_5 125 = 3$.

Вирази $\log_4(-64)$, $\log_3 0$ не мають смислу, бо рівняння $4^x=-64$ і $3^x=0$ не мають коренів.

Увага!!! Вираз $\log_a N$ де a> 0 і $a \neq 1$, має смисл лише при N>0

Логарифмічна рівність $\log_a N = b$ і показникова рівність $a^b=N$ виражають одне й те саме співвідношення між числами a, b і N. За цими рівностями можна знайти одне з трьох чисел, що входять до них, якщо задано два інших.

Відповідно до цього можна розв'язати три задачі.

1. Знайти число N за даним його логарифмом b і за основою a.

2. Знайти основу a за даним числом N і його логарифмом b.

3. Знайти логарифм b даного числа N за даною основою a.

Широко вживають так звані десяткові і натуральні логарифми, тобто логарифми за основою 10 і e, де e – ірраціональне число, наближено рівне 2,7. Для них застосовують замість знака $\log_{10}a$ знак lga і замість знака $\log_e a$ знак lna (без зазначення основи), наприклад lg10=1, lg100=2, lne=1.

Основна логарифмічна тотожність. Розглянемо показникову рівність

$$a^x=N. \quad (1)$$

За означенням логарифма, $x = \log_a N$ (2)

Замінюючи в рівності (1) x його значенням з рівності (2), дістанемо:

$$a^{\log_a N} = N \quad (3)$$

Рівність (3) називається основною логарифмічною тотожністю. Вона є коротким записом означення логарифма: logaN є показник степеня, до якого треба піднести основу степеня a, щоб дістати N.

Логарифмом числа N (N>0) за основою a (a>0; a≠1) називається показник степеня до якого потрібно піднести основу a, щоб одержати число b.

$$\text{loq}_a N=x,\ a^x=N\ (a>0,\ a\neq 1,\ N>0)$$

Логарифм - показник

Приклади :

$\text{loq}_2 4=2$, бо $2^2=4$

$\text{loq}_2 2=1$, бо $2^1=2$

$\text{loq}_2 8=\ldots$, бо $2^{\cdots}=8$

$\text{loq}_2 16=\ldots$, бо $2^{\cdots}=16$

$\text{loq}_5 25=\ldots$, бо $5^{\cdots}=25$

$\text{loq}_2\frac{1}{2}=-1\ldots$, бо $2^{-1}=\frac{1}{2}$

$\text{loq}_5\frac{1}{25}=\ldots$, бо $5^{\cdots}=\frac{1}{25}$

$\text{loq}_{10}10=\ldots$, бо $10^{\cdots}=10$

$\text{loq}_{10}100=\ldots$, бо $10^{\cdots}=100$

$\text{loq}_{10}0{,}1=\ldots$, бо $10^{\cdots}=0{,}1$

$\text{loq}_{10}0{,}01=\ldots$, бо $10^{\cdots}=0{,}01$

$\text{loq}_3 1=\ldots$, бо $3^0=1$

$loq_4 1=\ldots$, бо $4^{\cdots}=1$

Властивості логарифмів

(a>0, a≠1, x>0, y>0)

$$\mathbf{loq_a 1=0 \qquad loq_a a=1}$$

$$\mathbf{loq_a(xy)= loq_a x+loq_a y}$$

$$\mathbf{loq_a \frac{x}{y} =loq_a x - loq_a y}$$

$$\mathbf{loq_a x^p=ploq_a x}$$

Формула переходу до логарифмів з іншою основою

(a>0, a≠1, b>0, b≠1, x>0)

$$loq_a x=\frac{\mathbf{\log_b x}}{\mathbf{\log_b a}}$$

Основна логарифмічна тотожність:

$$\boldsymbol{a^{\log_a b} = b}, \mathbf{a>0, a\neq 1, b>0}$$

ЗАВДАННЯ. Обчислити:

$\mathbf{2^{\log_2 3}}=3$

$\mathbf{5^{\log_5 2}}=\ldots$

$\mathbf{7^{\log_7 9}}=\ldots$

ЗАВДАННЯ. Записати у вигляді логарифмічних рівностей:

а) $\mathbf{5^4}=625$

Відповідь:

$\mathbf{\log_5 625 = 4}$

в) $\mathbf{3^2}=9$

Відповідь:______________

г) $\mathbf{216^{\frac{1}{3}}}=6$

Відповідь:_________________

д) $\mathbf{2^{-5}}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{64}}$

Відповідь:_________________

ЗАВДАННЯ. Знайти основу логарифма:

$\mathbf{log}_{x}\,\mathbf{100 = 2}$; x=10

$\mathbf{log}_{x}\,\mathbf{125}$=3 ; x=…

loq$_{x}$13 = 13 ;x=…

loq$_{x}$5 =1 ;x=…

ЗАВДАННЯ. Обчислити :

a) loq$_2$3+loq$_2$5+loq$_2$1,5=loq$_2$(3*5*1,5)=loq$_2$22,5
b) loq$_6$2 + loq$_6$3 =
c) loq$_6$2 – loq$_6$1/3 =
d) $\mathbf{1,4^{\log_{1,4} 2}}$ = …
e) $\mathbf{1 + 7^{\log_7 3}}$ =…

Домашня робота:

Обчислити:

1) $\log_2 4$; 2) $\log_4 16$; 3) $\lg 0,1$; 4) $\log_\pi \pi$;

5) $\log_3 27$; 6) $\log_6 \frac{1}{6}$; 7) $\log_2 \frac{1}{4}$; 8) $\log_3 \frac{1}{27}$;

9) $\lg 100$; 10) $\log_3 \sqrt{3}$; 11) $\log_{17} 1$; 12) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$;

13) $\log_{\sqrt{2}} 8$; 14) $\log_{\sqrt{3}} 9$; 15*) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 27$;

Знайти логарифми чисел, вважаючи $a > 0$, $a \neq 1$.

1) $\log_a a$; 2) $\log_a a^2$; 3) $\log_a 1$; 4) $\log_a a^4$;

5) $\log_a a^\alpha$; 6) $\log_a \frac{1}{a}$; 7) $\log_a \frac{1}{a^4}$; 8) $\log_{a^2} a$;

9) $\log_{a^3} a$; 10) $\log_{\frac{1}{a}} a^3$; 11) $\log_{a^7} a^7$; 12) $\log_{a^2} \sqrt{a}$.

Знайти значення виразів:

1) $\log_2 (2\log_7 49)$; 2) $\log_3 (3\log_3 27)$;

3) $\log_{12} (3\log_{\sqrt{5}} 25)$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} (\log_5 \sqrt{5})$;

Урок 2.

Логарифми та їх властивості.

Властивості логарифмів

(a>0, a≠1, x>0, y>0)

$\log_a 1=0$ $\qquad$ $\log_a a=1$

$\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$

$\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$

$\log_a x^p=p\log_a x$

Наслідки :

$\log_a a^p=p$ $\qquad$ $\log_{a^b} a=\frac{1}{b}\log_{a^x} a^y=\frac{y}{x}$

ЗАВДАННЯ. Обчислити:

a) $\text{Log}_{1/2}8=\log_{2^{-1}}2^3=\frac{3}{-1}$

b) $\text{Log}_{64}2=\log_{\dots}2=\dots$

c) $\text{Log}_3\frac{1}{81}=\cdots$

d) $\log_{\sqrt[3]{4}}\frac{1}{32}=\cdots$

Формула переходу до нової основи $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}\begin{pmatrix}a>0 & ; & a\neq 1\\ b>0 & ; & \\ c>0 & ; & c\neq 1\end{pmatrix}$

ЗАВДАННЯ. Перейти до основи 3:

a) $\log_2 9=\frac{\log_3 9}{\log_3 2}$

b) $\log_5 11=$_________

c) $\log_7 13=$ ________

Десятковий логарифм:

Логарифм з основою 10 називається десятковим і позначається lga.

Десяткові логарифми вигідні при знаходженні логарифмів різних чисел, оскільки зводяться до знаходження логарифмів чисел, які містяться між 1 і 10.

Десяткові логарифми чисел, які мають вигляд 100…0 або 0,00…1 обчислюються усно. Зокрема $\lg 100 = 2$, $\lg 10000 = 4$ дорівнює числу, **що дорівнює кількості знаків числа після 1, а lg0,00…01 дорівнює (-п), тобто числу, що дорівнює кількості нулів до 1, рахуючи і 0 цілих, зі знаком «мінус»**

Логарифм з основою е називається натуральним або неперовим і позначається ln x.

ЗАВДАННЯ. Обчисліть:

a) **lg10=….**
b) **lg100=…**
c) **lg1000=…**
d) **lg0,01=…**
e) **lg0,0001=…**
f) **lg0,000001=…**

Обчислити: а) $\lg 0{,}0001 \cdot \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{16}$; б) $\log_{0,01} 1000 \cdot \log_{\frac{1}{9}} \sqrt[4]{27} \cdot 2^{\log_4 25}$;

в) $10^{-2\log_{0,01} 3} + 4^{-\log_2 3}$.

Роз'язування

а) $\lg 0{,}0001 \cdot \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{16} = -4 \cdot \log_{2^{\frac{1}{2}}} 2^{-4} = -4 \cdot \frac{-4}{\frac{1}{2}} = 32$.

б) $\log_{0,01} 1000 \cdot \log_{\frac{1}{9}} \sqrt[4]{27} \cdot 2^{\log_4 25} = \log_{10^{-2}} 10^3 \cdot \log_{3^{-2}} 3^{\frac{3}{4}} \cdot 2^{\log_2 5} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{\frac{3}{4}}{-2} \cdot 5 = \frac{45}{16}$.

в) $10^{-2\log_{0,01} 3} + 4^{-\log_2 3} = 10^{\log_{10^{-2}} 3^{-2}} + 4^{\log_4 9^{-1}} = 3 - \frac{1}{9} = 2\frac{8}{9}$.

Логарифмування і потенціювання.

Операція знаходження логарифма виразу називається логарифмуванням.

ЗАВДАННЯ. а) Прологарифмувати вираз при основі 5: $\frac{25a^8}{\sqrt[4]{c}}в^4$, де а>0?

b>0,C>0

Розв’язання :

$$\log_5 \frac{25a^8}{\sqrt[4]{c}}в^4 = \log_5 25 + \log_5 a^8 + \log_5 в^4 - \log_5 \sqrt[4]{c}$$

$$= 2 + 8\log_5 a + 4\log_5 в - \frac{1}{4}\log_5 c$$

b) Прологарифмувати вираз при основі 2: $\frac{a^3}{\sqrt{c}}В$

Обернена операція до логарифмування, тобто знаходження виразу, логарифм якого представлений через логарифм деяких чисел (букв), називається *потенціюванням.*

ЗАВДАННЯ. Знайти х, якщо $\log_3 x = 2\log_3 4 - \frac{1}{3}\log_3 8 + 3\log_3 2$

Розв’язання : $\log_3 x = 2\log_3 4 - \frac{1}{3}\log_3 8 + 3\log_3 2 = \log_3 4^2 + \log_3 8^{-1/3} + \log_3 2^3 = \log_3\left(16 * 8^{-\frac{1}{3}} * 2^3\right) = \log_3(16 * \frac{1}{2} * 8) = \log_3 64$

ЗАВДАННЯ. Знайти х, якщо :

a) $\log_2 x = \log_2 3 + \log_2 5 + \log_2 6$
b) $\log_3 x = \log_3 18 - \log_3 2 - \log_3 3$
c) $\log_5 x = \log_5 3 + \log_5 2\,5 + \log_5 6$
d) $\log_\pi x = \log_\pi tg36° + \log_\pi ctg36°$
e) $\log_\pi x = \log_\pi cos\pi/6 - \log_\pi sin\pi/6$

Розв’язати самостійно:

1. Обчислити:

а) $\log_{0,01} 10 \cdot \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{32}$; б) $\log_{0,001} 100 \cdot \log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{2}$; в) $10^{3\lg 5} - 2^{\log_4 11}$;

г) $10^{-\log_{100} 4} - 4^{\log_2 5}$.

2. Знайти x:

а) $\lg x = 2\lg 4 - \lg a$; б) $\lg x = -2$; в) $\lg x = 3$;

г) $\lg x = -6\lg 2 + 2\lg a - 3\lg c$.

Домашня робота

1. Обчислити:

а) $\lg_{0,01} 0{,}1 \cdot \log_{\frac{1}{9}} 3$; б) $\lg_{0,001} 0{,}01 \cdot \log_{\frac{1}{3}} 27^{-2}$; в) $\lg 1000 \cdot \log_{\frac{1}{16}} 2$;

г) $\lg 0{,}00001 \cdot \log_{\frac{1}{25}} 5$.

2. Знайти x:

а) $\lg x = -3\lg p + 2\lg 4$; б) $\lg x = 5$; в) $\lg x = -4$.

Розв'язування вправ (логарифмування і потенціювання)

Усно

1. Чи мають смисл вирази: а) $\log_4(-64)$; б) $\log_5 0$; в) $\log_2(-4)^3$; г) $\log_2 \cos\frac{3\pi}{4}$?

2. Обчислити: а) $\log_3 \sqrt{3}$; б) $\log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}$; в) $\log_3 9\sqrt{3}$; г) $\log_3 \frac{1}{\sqrt[3]{81}}$.

Розв'язати самостійно

1. Перевірити правильність рівності:

1.1. $\log_2 32 = 5$; 1.2. $\log_5 0{,}04 = -2$; 1.3. $\log_5 125 = 3$;

1.4. $\log_{\frac{1}{3}} 9 = -2$; 1.5. $\log_3 \frac{1}{243} = -5$; 1.6. $\lg 0{,}01 = -2$;

1.7. $\log_{\sqrt{2}} 8 = 6$; 1.8. $\log_{2\sqrt{2}} 128 = \frac{14}{3}$; 1.9. $\log_{0,2} 125 = -3$;

1.10. $\log_{\sqrt{\frac{1}{3}}} 27 = -6$;

2. Знайти x:

2.1. $\log_5 x = 3$; 2.2. $\log_x 0{,}25 = -2$; 2.3. $\log_3 x = -1$;

2.4. $\log_x \sqrt{2} = 4$; 2.5. $\log_7 x = -2$; 2.6. $\log_x 16 = -0{,}8$;

2.7. $\log_{\sqrt{6}} x = 0$; 2.8. $\log_x 0{,}64 = -2$; 2.9. $\log_{\frac{1}{2}} x = -2$;

2.10. $\log_x \sqrt{2} = \frac{1}{4}$; 2.11. $\log_{\frac{1}{4}} x = -1$; 2.12. $\log_x \frac{1}{9} = -\frac{1}{3}$;

2.13. $\log_x 81 = 4$; 2.14. $\log_x 16 = \frac{4}{3}$.

3. Прологарифмувати за основою 3:

3.1. $9a^4\sqrt[6]{b}$; 3.3. $\left(\sqrt[5]{a^4 b}\right)^{\frac{2}{3}}$; 3.2. $\frac{b^4}{81a^9}$; 3.4. $\left(\frac{a^{11}}{\sqrt[4]{b^3}}\right)^{-3}$.

4. Прологарифмувати за основою 10:

4.1. $\left(100c^{\frac{1}{4}}d^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{5}}$; 4.2. $\frac{10p^{\frac{1}{4}}q^{-\frac{1}{5}}}{p^{-\frac{1}{7}}q^{\frac{4}{5}}}$; 4.3. $\frac{0{,}01a}{\sqrt{a^3\sqrt{a^2 b}}}$.

5. Обчислити:

5.1. $\log_7 2 + \log_7 3{,}5$; 5.2. $\log_6 3 + \log_6 12$; 5.3. $\lg 14 - \lg 140$;

5.4. $\log_2 7 - \log_2 \frac{7}{32}$; 5.5. $\log_{\sqrt{5}} 2 + \log_5 6{,}25$;

5.6. $\log_{\sqrt{3}} 25 - \log_3 7\frac{58}{81}$.

6. Знайти x:

6.1. $\log_3 x = 2\log_3 a + \log_3 b - 1$; 6.2. $\log_7 x = \log_7 12 - \log_7 4$:

6.3. $\log_\pi x = 3\log_\pi 4 - 2\log_\pi 6$: 6.4. $\lg x = \frac{1}{2}\lg p - \lg q$.

7. Обчислити:

7.1. $\log_2\left(\sin\frac{\pi}{6}\right)$; 7.2. $\lg\left(tg\frac{\pi}{4}\right)$; 7.3. $\log_3 tg\frac{\pi}{6}$;

7.4. $\log_3 ctg\frac{\pi}{3}$; 7.5. $\log_2\left(\cos\frac{\pi}{4}\right)$; 7.6. $\log_{\sqrt{2}} 8$;

7.7. $\log_3 \frac{1}{243}$; 7.8. $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3\sqrt{3}}$; 7.9. $\log_{\frac{1}{25}} 5\sqrt{5}$;

7.10. $\log_{\sqrt{3}} 2\frac{1}{3} + \log_3 \frac{9}{49}$; 7.11. $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{5} - \log_4 6\frac{1}{4}$.

Урок 3.

Логарифмічна функція.

Означення. Логарифмічною називається функція $y=\log_a x$, де $a>0$ і $a\neq 1$, обернена до показникової $y=a^x$.

Графік функції $y=\log_a x$ можна дістати з графіка $y=a^x$, симетрично відобразивши останній відносно прямої $y=x$ (рис. 2.1).

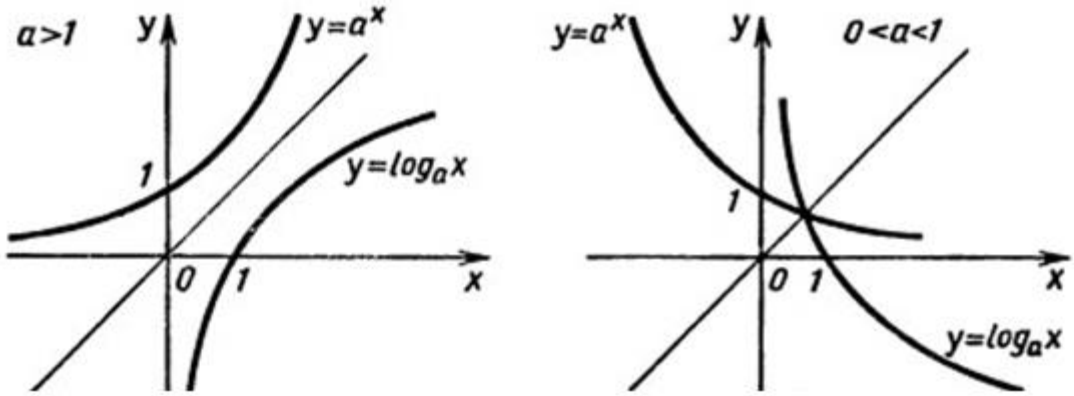


Рис. 2.1

Якщо на аркуші паперу накреслити чорнилом графік функції $y=a^x$, а потім, не давши йому висохнути, швидко зігнути аркуш уздовж бісектриси першого і третього координатних кутів, то відбиток буде графіком логарифмічної функції $y=\log_a x$.

Побудуємо, наприклад, графік функції $y=\log_2 x$. Для цього знайдемо ряд точок, симетричних точкам графіка $y=2^x$ відносно $y=x$ (рис. 2.2)Такий вигляд матиме графік логарифмічної функції за будь-якої основи $a>1$. Причому крива тим щільніше прилягає до осі x, чим більше (рис. 2.3). Якщо основа $0<a<1$, то графік матиме інший вигляд. На рисунку 2.4 зображено графік логарифмічної функції . Таку загальну характеристику матиме графік логарифмічної функції $y=\log_a x$ за будь-якої основи $0<a<1$, причому крива тим щільніше прилягає до осі x, чим менше a.

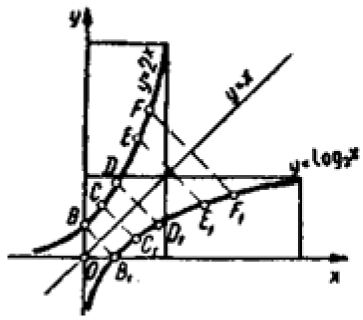


Рис. 2.2

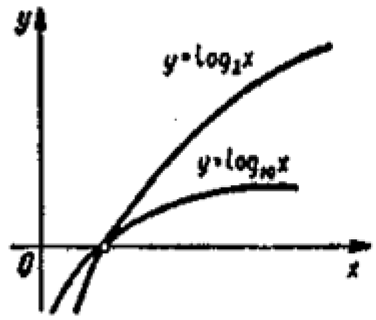


Рис. 2.3

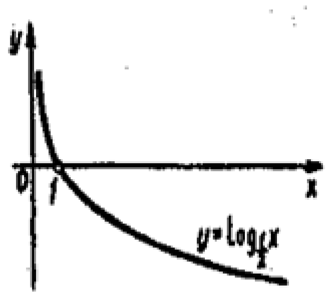


Рис. 2.4

Властивості логарифмічної функції

Знаючи властивості взаємно обернених функцій, можна легко дістати властивості логарифмічної функції з показникової. Характер графіка показникової функції за основою a залежить від того, буде a>1 чи 0<a<1. Тому і характер графіка логарифмічної функції за основою a залежить від таких самих умов. Отже, для функції $y=\log_a x$ слід розрізняти два випадки: a>1 і 0<a<1. У кожному з них властивості логарифмічної функції випливають з властивостей показникової, якщо врахувати ще зв'язок між графіками показникової і логарифмічної функцій.

Отже, маємо такі властивості логарифмічної функції:

1. Область визначення логарифмічної функції – множина всіх додатних чисел R+, тобто $D(\log_a x)=R+$.
2. Область значень логарифмічної функції – множина всіх дійсних чисел, тобто $E(\mathbf{log}_a x) = R$
3. Логарифмічна функція на всій області визначення R+ зростає (якщо a>1) або спадає (якщо 0<a<1).
4. Нулі функції : $\mathbf{log}_a x = \mathbf{0}$, якщо $x = \mathbf{1}$
   Графіки логарифмічної функції проходять через точку (1;0)
5. Знакосталість функції:
   a) 0<a<1 : $\mathbf{log}_a x > \mathbf{0}$, якщо $\mathbf{0} < x < \mathbf{1}$, $\mathbf{log}_a x < \mathbf{0}$, якщо $x > \mathbf{1}$
   b) a>0 : $\mathbf{log}_a x > \mathbf{0}$, якщо $x > \mathbf{1}$, $\mathbf{log}_a x < \mathbf{0}$, якщо $\mathbf{0} < x < \mathbf{1}$

Спираючись на властивості логарифмічної функції, неважко побудувати графік функції $y=\log_a x$, якщо $a>1$ (рис. 2.5, а) і $0<a<1$ (рис. 2.5, б).

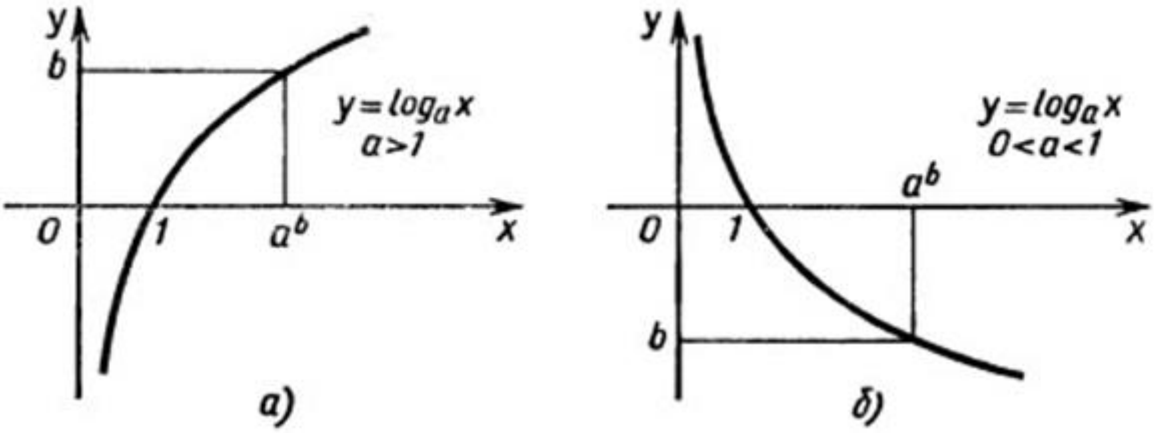
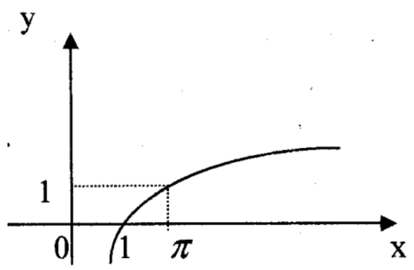


рис. 2.5

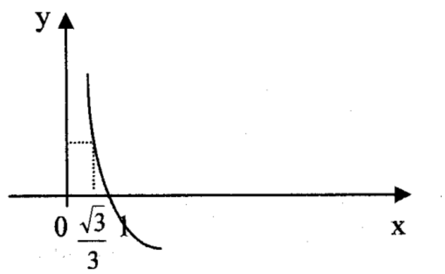
ЗАВДАННЯ.а) Побудувати схематично графік функції : $y=\boldsymbol{\log_{\pi}} x$.

Графік проходитиме через опорні точки : (1;0) та (π;1)



b) Побудувати схематично графік функції : $y=\boldsymbol{\log_{ctg\frac{\pi}{3}}} x$.

Оскільки $\mathrm{ctg}\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, тому графік проходить через такі опорні точки: (1;0), $(\frac{\sqrt{3}}{3};\mathbf{1})$



Розв’язати самостійно

1. Побудувати схематично графік функції: а) $y=\log_{\frac{1}{4}} x$; б) $y=\log_3(x-1)$;

в) $y=\log_{\arcsin\frac{1}{2}} x$; г) $y=\log_{\sin\frac{\pi}{4}} x$; д) $y=\log_{tg\frac{\pi}{3}} x$;

е) $y=\log_4|x|$; є) $y=\left|\log_{\frac{1}{4}} x\right|$.

ЗАВДАННЯ. Знайдіть область визначення функції y=$\mathbf{log_4(8-2}$x).

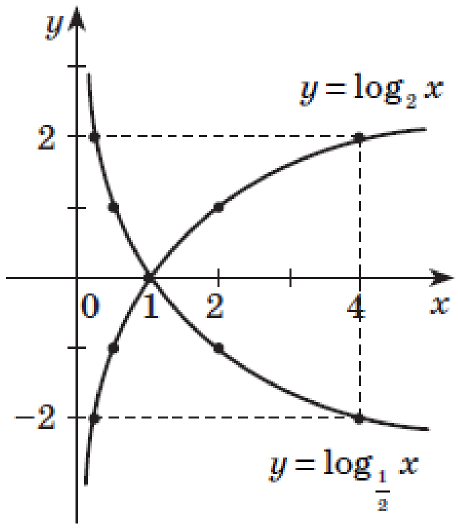
Розв'язання

Так як D($\log_a$x)= R+, то (8-2x)>0, 8-2x>0, 8>2x або 2x<8, x<4.

D($\log_a$x)= (4;∞).

Відповідь : D($\log_a$x)= (4;∞).

ЗАВДАННЯ. Користуючись побудованими графіками, опишіть властивості функцій y = $\log_2$ x і y = $\log_{1/2}$x та заповніть таблицю .



	Властивість функції	Функція y=$\mathbf{log_2}$ x	Функція y=$\mathbf{log_{1/2}}$ x
1.	Область визначення		
2.	Область значень		
3.	Нулі функції		
4.	Перетин з осями координат:		
	Ox		
	Oy		
5.	Парність (непарність)		

6.	Зростання (спадання)		
7.	Проміжки знакосталості		

ЗАВДАННЯ. Знайдіть область визначення функцій:

а) $y=\log_2(2x-9)$; б) $y=\log_3(x^2-16)$;

в) $y=\log_3\frac{x-4}{x+9}$; г) $y=\log_4(x^2+x-20)$; д) $y=\log_5\sin 2x$;

е) $y=\log_2\left(\cos 3x+\frac{1}{2}\right)$; є) $y=\log_7(tg4x-\sqrt{3})$;

ж) $y=\log_5\left(ctgx+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Додаткові завдання.

1) Знайдіть область визначення функції:

а) $f(x)=\log_2(x-5)$; б) $f(x)=\log_3\frac{1}{x-1}$;

в) $f(x)=\frac{1}{\log_5 x}$; г) $f(x)=\log_x(x+1)$.

2) Визначте характер монотонності функції:

а) $f(x)=\log_2\frac{1}{x}$; б) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$; в) $f(x)=\lg(x-1)$; г) $f(x)=\ln x$.

3) Відомо, що $a>1$. Порівняйте:

а) $\log_a 1{,}7$ і $\log_a\frac{1}{7}$; б) $\log_a\frac{1}{\sqrt{2}}$ і $\log_a\frac{1}{\sqrt{3}}$.

4) Порівняйте з одиницею додатне число a, якщо:

а) $\log_a\frac{1}{2}>\log_a\frac{1}{3}$; б) $\log_a 2{,}1<\log_a 1{;}2$.

5) Знайдіть найменше і найбільше значення функції:

а) $f(x)=\log_3 x$ на проміжку $[3;27]$;

б) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$ на проміжку $[2;16]$.

6) Чи відрізняється графік функції $y=\frac{1}{x}$ від графіка функції $y=a^{-\log_a x}$?

Домашнє завдання.

1. Побудувати схематично графік функції:

   а) $y = \log_{2^{-3}} x$; б) $y = \log_{tg 40^0} x$.

2. Знайти область визначення функції:

   а) $y = \log_3(5x+10)$; б) $y = \log_{\frac{1}{3}}\left(x^2 - 25\right)$;

   в) $y = \log_4 \frac{x-8}{x+5}$; г) $y = \log_4\left(\cos 5x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Урок 4.

Логарифмічні рівняння.

Логарифмічним називається рівняння,

яке містить змінну під знаком логарифма.

Наприклад : $\log_5(x^2-2)=3$, $\log_3(4x-5)-\log_3(2x+1)=0$

Найпростіші логарифмічні рівняння.

Рівняння виду $\log_a x = b$ **; де a>0, , a≠1, b∈** R ***називаються найпростішими логарифмічними рівняннями.***

а) Найпростіше логарифмічне рівняння $\log_a x = b, a>0, a\neq 1, b\in R$ має єдиний розв'язок, який за означенням логарифма дорівнює x=a^b.

$$\log_a x = b, a>0, a\neq 1, x=a^b$$

ЗАВДАННЯ. Які з наведених рівнянь є логарифмічними:

a) $\log_x(3-6x)=3$

b) $\log(x^2-2x)=\log(2x+1)$

c) $\log_5 25 = x+5$

d) $\frac{1}{lgx+1}=4$

e) $\lg^2 x + \lg x - 6 = 0$

ЗАВДАННЯ. Усне розв'язування логарифмічних рівнянь з використанням таблиці для усних обчислень «Логарифмічні рівняння».

Логарифмічні рівняння

	1	2	3	4	5
1	$\log_5 x = 2$	$2^{\log_2 x}=4$	$\log_9 x = \frac{1}{2}$	$\log_7 x = 1$	$\log_3 x = -2$
2	$\log_2(-x)=-3$	$\log_5(x-2)=2$	$2^{\log_2 x^2}=4$	$\lg(x+3)=\lg x$	$\lg(x+1)=\lg(x+1)$
3	$\lg(2x+1)=\lg x$	$\lg x^2 = 0$	$\log_2(x-4)=3$	$\log_3(x-1)=0$	$\log_3(x-1)=1$
4	$\lg(x-3)=-2$	$\lg(5-x)=-1$	$\lg\lvert x\rvert=1$	$\lg\lvert x\rvert=-1$	$\lg\cos x = 1$
5	$\log_{x+1} 2 = 1$	$\log_x 5 = \frac{1}{2}$	$\lg\sin x = 0$	$\lg\lg x = 0$	$\lg\lg x = 1$

Рівняння, що містять змінну під знаком логарифма (зокрема, на підставі логарифма), називаються логарифмічними. Розглянемо логарифмічні рівняння вигляду:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \qquad (a > 0, a = 1) \quad (1)$$

Рішення цих рівнянь засноване на на ступній теоремі.

Теорема 1. Рівняння $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ рівносильно системі

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) = g(x) \end{cases} \quad (2)$$

Для розв’язання рівняння (1) достатньо розв’язати рівняння

$$f(x) = g(x) \quad (3)$$

Та його розв’язок підставити в систему нерівностей

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0 \end{cases} \quad (4),$$

задає область визначення рівняння (1).

Корінням рівняння (1) будуть тільки ті рішення рівняння (3), які задовольняють системі (4), тобто належать області визначення рівняння (1).

При рішенні логарифмічних рівнянь може статися розширення області визначення (придбання сторонніх коренів) або звуження (втрата коренів). Тому підстановка коренів рівняння (3) в систему (4), тобто перевірка рішення, обов'язкова.

ЗАВДАННЯ.1: Розв’язати рівняння $\dfrac{\log_4 2}{(x-1)} = \log_4(4-x)$

Розв’язання : $\dfrac{2}{(x-1)} = 4 - x, \qquad \dfrac{(x^2 - 5x + 6)}{(x-1)} = 0,$

$$\frac{\log_4 2}{(x-1)} = \log_4(4-x) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{2}{(x-1)} > 0, \\ 4 - x > 0 \end{cases} \begin{cases} x - 1 > 0, \\ 4 - x > 0 \end{cases} \begin{cases} x = 2, \\ x = 3 \end{cases} \left\{ x = 2 \right. \quad \begin{cases} x = 1, \\ x > 4 \end{cases} \qquad x = 3$$

Оба значення задовольняють розв’язку системи.

Відповідь : x=3

Розглянемо рівняння вида:

$$\log_{a(x)} f(x) = \log_{a(x)} g(x) \quad (5)$$

Рішення цих рівнянь засноване на наступній теоремі.

Теорема 2: Рівняння (5) рівносильно системі

$$(6) \quad \begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ a(x) > 0, \\ a(x) = 1 \end{cases}$$

Коренями рівняння (5)будуть тільки ті кореня рівняння $f(x) = g(x)$, які

належать області визначення, що задається умовами $f(x) > 0,\ g(x) > 0, a(x) > 0, a(x) = 1$.

Логарифмічне рівняння вида (5) можно розв'язати різними способами. Розглянемо основні з них .

1. ПОТЕНЦІЮВАННЯ (застосування властивостей логарифма).

ЗАВДАННЯ. Розв'язати рівняння $\log_{x+4}\left(x^2 - 1\right) = \log_{x+4}(5 - x)$

Розв'язання : З теореми 2 маємо:

$$\begin{cases} x^2 - 1 = 5 - x, \\ x^2 - 1 > 0, \\ 5 - x > 0, \\ x + 4 > 0, \\ x + 4 = 1 \end{cases}$$

Розв'язання:

$$x^2 - 1 = 5 - x \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{matrix} x = 2, \\ x = -3 \end{matrix}$$

Всім умовам системи задовольняє лише один корінь.

Відповідь : x=2

2. ВИКОРИСТАННЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЛОГАРИФМА $\left(\log_a b = c, a^c = b\right)$.

ЗАВДАННЯ. Розв'язати рівняння $\log_{x-1}\left(x^2 - 5x + 10\right) = 2$

Розв'язання: $(x-1)^2 = x^2 - 5x + 10,\ (x-1)^2 = x^2 - 5x + 10 \Leftrightarrow x = 3$

$$\begin{cases} x - 1 > 0, \\ x^2 - 5x + 10 > 0, \\ x - 1 \end{cases}$$

Значення x = 3 належить області визначення рівняння.
Відповідь: x = 3

3. ПРИВЕДЕННЯ ДО КВАДРАТНОГО РІВНЯННЯ.

ЗАВДАННЯ. Розв'язати рівняння $\dfrac{\lg x^3 - 12}{\lg x} = 5$

Розв'язання:

$$\frac{3\lg x - 12}{\lg} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 3\lg^2 x - 12 = 5\lg x \\ \lg x = 0 \end{cases} \begin{cases} 3\lg^2 x - y5\lg x - y12 = 0 \\ \lg x = 0 \end{cases} \begin{cases} \lg x = 3 \\ \lg x = -4/3 \\ \lg x = 0 \\ x = 10^{-4/3} \end{cases} \begin{cases} x = 1000 \\ x = 10^{-4/3} \end{cases}$$

Оба значення x є коренями рівняння.

Відповідь: $x = 1000; x = 10^{-4/3}$

4. ЛОГАРИФМУВАННЯ.

ЗАВДАННЯ. Розв'язати рівняння $x^{\lg x - 1} = 100$

Розв'язання: Прологарифмуємо обі частини рівняння по основі 10 та застосуємо властивість "логарифм степені".

$$\lg x^{\lg x - 1} = \lg 100 \Leftrightarrow (\lg x - 1)\cdot \lg x = \lg 100 \Leftrightarrow \lg^2 x - \lg x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \lg x = 2, \\ \lg x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ x = 0.1 \end{cases}$$

Оба кореня належать області допустимих значень логарифмічної функції.

Відповідь: x = 0,1; x = 100

5. ПРИВЕДЕННЯ ДО ОДНОЇ ОСНОВИ.

ЗАВДАННЯ. Розв'язати рівняння $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$

Скористаємося формулою $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$ і перейдемо у всіх складових до логарифму поосновi 2: $\log_4 x = \dfrac{\log_2 x}{\log_2 4} = \dfrac{\log_2 x}{2}; \log_{16} x = \dfrac{\log_2 x}{\log_2 16} = \dfrac{\log_2 x}{4}$

Тоді дане рівняння має вид:

$$\frac{21}{4\cdot\log_2 x} + \frac{11}{2\cdot\log_2 x} + \log_2 x = 7 \Leftrightarrow \log_2 x = 4 \Leftrightarrow x = 2^4 \Leftrightarrow x = 16$$

Так як $16 > 0$, то це корінь рівняння.

Відповідь: x = 16

Розв'яжіть рівняння $\boldsymbol{log_3 x - 2\log_{\frac{1}{3}} x = 3.}$

Розв'язання

$$log_3 x - 2\log_{\frac{1}{3}} x = 3; \qquad log_3 x - 2\cdot\frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}} = 3;$$

$$log_3 x - 2\cdot\frac{\log_3 x}{-1} = 3; \qquad log_3 x + 2log_3 x = 3;$$

$$3log_3 x = 3; \qquad log_3 x = 1; \qquad x = 3.$$

Перевірка: $log_3 3 - 2\log_{\frac{1}{3}} 3 = 1 + 2 = 3$. Отже, $x = 3$ — корінь.

Відповідь: 3.

6. ВВЕДЕННЯ ДОПОМІЖНОЇ ЗМІННОЇ .

ЗАВДАННЯ.
Розв'яжіть рівняння $log_2^2 x - 3log_2 x = 4$.

Розв'язання

Позначимо $log_2 x$ через y. Дане рівняння набере вигляду:

$y^2 - 3y = 4$; $y^2 - 3y - 4 = 0$; $y_1 = 4$; $y_2 = -1$.

Звідси $log_2 x = 4$, $log_2 x = -1;$

$x = 2^4$; $x = 2^{-1}$;

$x = 16$, $x = \frac{1}{2}$.

Перевірка: 1) $log_2^2\, 16 - 3\, log_2 16 = 16 - 12 = 4$;

2) $log_2^2 \frac{1}{2} - 3\, log_2 \frac{1}{2} = -1 + 3 = 4$.

Відповідь: 16; $\frac{1}{2}$.

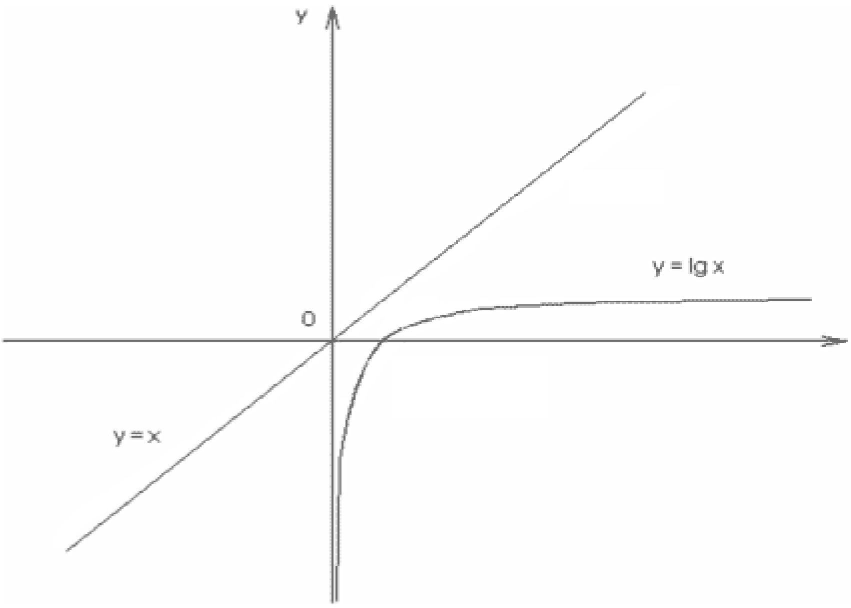
7. ГРАФІЧНИЙ СПОСІБ.

Багато рівняннь, що містять змінну не тільки під знаком логарифма або в показникуступеня, зручно вирішувати графічно.

Графічно рішенням рівняння є абсциси точок перетину графіків функцій, заданих в рівнянні.

ЗАВДАННЯ. Розв’язати рівняння $\lg x = x$

Розв’язання: Побудуємо графіки функцій $y = \lg x$ та y = x



Графіки функцій не перетинаються, рівняння не має коренів.

Відповідь: коренів нема.
ЗАВДАННЯ. Розв’яжіть рівняння.

1. $\log_x 5 = -\frac{3}{4}$
2. $\frac{2\lg x}{\lg(5x-4)}$
3. $\lg(8x+5) - \lg(x-1.5) = 1$
4. $\lg\left(90 - 5x^3\right) - \lg 5 = \lg\left(9x^2 - 2x^3\right) - \lg 2$
5. $\lg x = 2 + \lg 21 - \lg(2x+10)$
6. $\log_2\left(x^2 - 13x + 44\right) = 3$
7. $3 + \log_2(x-4) = \frac{1}{2}\log_2 64$
8. $x^{\lg x - 5} = 0.000001$
9. $x^{\lg x - 3} = 0.01$
10. $x\cdot(2 - \lg 25) = \lg\left(2^{2x} + x\right) - 1$
11. $\log_3{}^2 x - 2\log_3 x - 3 = 0$
12. $x - 1 = \log_5 x$
13. $2^x = \log_2(x-1)$

Домашня робота.

1. **Розв’язати рівняння:**

   а) $\log_5 x = 8$; б) $\log_4(x-1) = 1$; в) $\log_{25}\left(x^2 + 4x\right) = \frac{1}{2}$;

   г) $\lg(x-1) = \lg(5x-3)$; д) $\log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0$.
2. **Якою є основа логарифма** a, **якщо:**

   а) $\log_a 7 = 0{,}4$; б) $\log_a 5 = -0{,}25$; в) $\log_a 4 < \log_a 2$?
3. **У тетраедрі** $SABC$ **точки** K, M i N **відповідно середини ребер** AS, SB **і** SC. **Довести, що площини** KMN **і** ABC **паралельні.**

Урок 5. Логарифмічні нерівності.

Як відомо, логарифмічна функція $y = log_a x$ зростає при $a > 1$,

спадає — при $0 < a < 1$.

Із зростання функції $y = log_a x$ у першому випадку і спадання — у другому випадку випливає:

1) При $a > 1$ нерівність $log_a x_2 > log_a x_1$ рівносильна системі $\begin{cases} x_2 > x_1, \\ x_1 > 0, \\ x_2 > 0. \end{cases}$

2) При $0 < a < 1$ нерівність $log_a x_2 > log_a x_1$ рівносильна системі $\begin{cases} x_2 < x_1, \\ x_1 > 0, \\ x_2 > 0. \end{cases}$

I. Розглянемо приклади.

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $log_2 x < 3$.

Розв'язання

Оскільки $3 = log_2 2^3 = log_2 8$, то запишемо дану нерівність у вигляді

$log_2 x < log_2 8$. Оскільки функція

$y = log_2 x$ зростаюча при $x > 0$, то маємо: $\begin{cases} x < 8, \\ x > 0; \end{cases}$ отже, $0 < x < 8$.

Відповідь: $x \in (0; 8)$.

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{3}} x \le -2$.

Розв'язання

Запишемо дану нерівність у вигляді:

$\log_{\frac{1}{3}} x \le \log_{\frac{1}{3}} 9$. Оскільки функція $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ спадна при $x > 0$, маємо: $\begin{cases} x \ge 9, \\ x > 0; \end{cases}$ отже, $x \ge 9$

Відповідь: $x \in [9; +\infty)$.

Як правило, логарифмічна нерівність зводиться до нерівностей виду:

$\boldsymbol{\log_a f(x) > \log_a g(x)}$**, де** $\boldsymbol{a > 0,\ a \neq 1}$**.**

Якщо $\boldsymbol{a > 1}$**, то нерівність** $\boldsymbol{\log_a f(x) > \log_a g(x)}$ **рівносильна системі нерівностей:**

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) > g(x). \end{cases}$$

Якщо $\boldsymbol{0 < a < 1}$**, то нерівність** $\boldsymbol{\log_a f(x) > \log_a g(x)}$ **рівносильна системі**

нерівностей: $\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < g(x). \end{cases}$

Приклад 3. Розв'яжіть нерівність: $\log_{0,5}(x^2 + x) > \mathbf{-1}$.

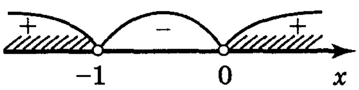
Розв'язання

Так як $-1 = \log_{0,5}0,5^{-1} = \log_{0,5}2$, то $\log_{0,5}(x^2 + x) > \log_{0,5}2$.

Одержана нерівність рівносильна системі

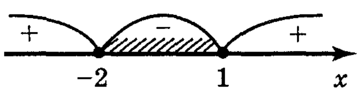
$$\begin{cases} x^2 + x > 0, \\ x^2 + x \le 2; \end{cases} \begin{cases} x^2 + x > 0, \\ x^2 + x - 2 \le 0; \end{cases} \begin{cases} x(x+1) > 0, \\ (x+2)(x-1) \le 0. \end{cases}$$

Розв'язком першої нерівності



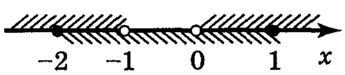
є $(-\infty; -1) \cup (0; +\infty)$.

Розв'язком другої нерівності



є $[-2; 1]$.

Тоді маємо



$x \in [-2;-1) \cup (0;1]$.

Відповідь: $[-2; -1) \cup (0; 1]$.

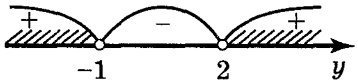
II. Розв'язування логарифмічних нерівностей (які розв'язуються введенням нової змінної).

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $\log_5^2 x - \log_5 x > 2$.

Розв'язання

Нехай $log_5 x = y$, тоді отримаємо нерівність $y^2 - y - 2 > 0$.

Розв'яжемо отриману нерівність методом інтер- валів :



$y \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Враховуючи заміну матимемо:

1) $log_5 x < -1$; $log_5 x < log_5 \frac{1}{5}$; $\begin{cases} x < \frac{1}{5}, \\ x > 0; \end{cases}$ $x \in \left(0; \frac{1}{5}\right)$;

2) $log_5 x > 2$; $log_5 x > log_5 25$; $\begin{cases} x > 25, \\ x > 0; \end{cases}$ $x \in (25; +\infty)$. Отже, $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (25; +\infty)$ – розв'язок даної нерівності.

Відповідь: $\left(0; \frac{1}{5}\right) \cup (25; +\infty)$.

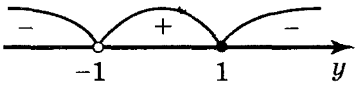
Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $\frac{2}{1 + \lg x} \geq 1$.

Розв'язання

Нехай $lg\, x = y$, тоді матимемо нерівність

$$\frac{2}{1+y} \geq 1;\ y \neq 1;\quad \frac{2}{1+y} - 1 \geq 0;\ \frac{2-1-y}{1+y} \geq 0;\ \frac{1-y}{1+y} \geq 0.$$

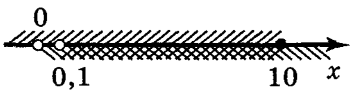
Розв'яжемо отриману нерівність методом інтервалів :



$y \in (-1; 1)$

Враховуючи заміну, отримаємо $-1 < lg\, x \leq 1$.

Тоді $\begin{cases} \lg x \leq 1, \\ \lg x > -1; \end{cases}$ $\begin{cases} \lg x \leq \lg 10, \\ \lg x > \lg 0{,}1; \end{cases}$ $\begin{cases} x \leq 10, \\ x > 0{,}1 \\ x > 0; \end{cases}$ отже, $x \in (0{,}1; 10]$.



Відповідь: (0,1; 10].

ІІІ. Розв'язування логарифмічних (комбінованих) нерівностей методом інтервалів.

Приклад 1. Розв'яжіть нерівність $(3x-6)log_{0,5}x > 0$.

Розв'язання

Нехай $y = (3x-6)\ log_{0,5}x$, $y > 0$.

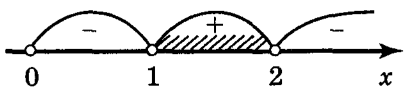
Область визначення функції y: $x > 0$.

Знайдемо нулі функції: $(3x-6)\cdot log_{0,5}x = 0$;

$$3x-6=0,\ log_{0,5}x = 0;$$

$$x = 2,\ x = 1.$$

Розіб'ємо область визначення функції на проміжки точками 2 і 1 і знайдемо знаки функції на утворених проміжках .



Отже, $x \in (1; 2)$.

Відповідь: (1; 2).

Приклад 2. Розв'яжіть нерівність $log_{x\text{-}3}(x-1) < 2$.

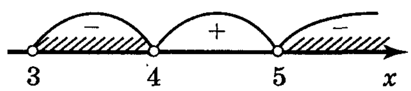
Розв'язання

Нехай у = $log_{x\text{-}3}(x-1) - 2$ і $y < 0$. Область визначення функції знаходимо із

системи: $\begin{cases} x-1>0, \\ x-3>0, \\ x-3\neq 1; \end{cases}$ $\begin{cases} x>1, \\ x>3, \\ x\neq 4; \end{cases}$ $x \in (3; 4) \cup (4; +\infty)$.

Знайдемо нулі функції: $log_{x\text{-}3}(x-1) = 2$; $x-1 = (x-3)^2$; $x-1 = x^2-6x+9$; $x^2-7x+10 = 0$; $x = 5$, $x = 2$. $x = 2$ — не входить в область визначення функції. Перевіркою переконуємося, що $x = 5$ — нуль функції.

Розіб'ємо область визначення функції на проміжки точкою 5 та знайдемо знаки функції на утворених проміжках .

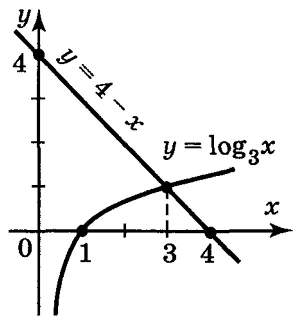


Отже, $x \in (3; 4) \cup (5; +\infty)$.

Відповідь: $(3; 4) \cup (5; +\infty)$.

V. Графічний спосіб розв'язування логарифмічних нерівностей.

Приклад. Розв'яжіть нерівність $log_3 x < 4 - x$ графічно.



Розв'язання

Побудуємо графіки функцій $y = log_3 x$ і $y = 4 - x$ в одній системі координат. Графіки перетинаються в точці А з абсцисою $x = 3$.

Із рисунка видно, що множина розв'язків нерівності $log_3 x < 4 - x$ є проміжок (0; 3].

Відповідь: (0; 3].

Розв'язати самостійно:

1. **Розв'яжіть нерівність:**

a) $\mathbf{log_2(2x - 1) > 0}$

b) $\mathbf{lg(2x - 3) > lg(x + 2)}$

c) $\mathbf{log_3(3x - 2) < 2}$

d) $\mathbf{log_{0,2}(2x + 4) > log_{0,2}(x - 5)}$

e) $\mathbf{log_{0,5} \frac{2x-8}{x-3} < 0}$

f) $\mathbf{log_{0,5} \frac{x-8}{x-2}}>0$

g) $\mathbf{log_3(x + 2) < 3}$

h) $\mathbf{log_8(4 - 2x) \geq 2}$

2. **Знайдіть розв'язки нерівностей :**

   a) $\mathbf{log_3(3x - 1) < log_3(2x + 3)}$

   b) $\mathbf{log_{1/7}(4x - 3) \geq log_{1/7}(x + 3)}$

   c) $\mathbf{log_{0,2}(3x - 5) > log_{1/5}(x + 1)}$

Домашня робота.

Задача 1. Відомо, що розмноження бактерій у певному середовищі описується формулою $N = N_0 a^{kt}$, де N_0 — початкова кількість бактерій при t = 0, a і k — деякі сталі. Обчисліть, за який час кількість бактерій збільшиться втричі.

Урок 6. Розв’язання логарифмічних рівнянь і нерівностей.

I. Індивідуальні завдання для учнів,які мають достатній та високий рівні навчальних досягнень.

№1. Розв’яжіть рівняння $\log_2 \frac{x-1}{x+4} + \log_2 (x-1)(x+4) = 2$

№2. Розв’яжіть рівняння $\frac{2lgx}{lg(5x-4)} = 1$

№3. Розв’яжіть рівняння $\log_2 \frac{x+4}{x} + \log_2 x^2 = 5$

№4. Розв’яжіть рівняння $\frac{1}{lgx-6} + \frac{5}{lgx+2}$=1

II. Виконання усних вправ

1) Знайдіть область визначення функції:
   a) f(x)=lg(3x-2)
   b) f(x)= $\log_2(7-5x)$
   c) f(x)= $\log_{0,5}(x^2-2)$
   d) f(x)=$\log_7(4-x^2)$
2) зростаючою чи спадною є функція:
   a) f(x)=$\log_2 x$
   b) f(x)=$\log_{0,9} x$
   c) f(x)= $\log_{02,3}(-x)$
   d) f(x)= $\frac{1}{2}\log_7 x$
   e) f(x)= $\log_{8/9} x$
3) Відомо, що функція f(x) зростаюча. Порівняйте :
   a) f(2,3) і f(3,2)
   b) f(1/2) і f(1/3)
4) Відомо, що функція f(x) спадна. Порівняйте :
   a) g(3) I g(4)
   b) g(8,7) I g(7,8)
5) Порівняйте додатні числа x_1 і x_2, якщо:
   a) $\log_3 x_1 < \log_3 x_2$
   b) $\log_{7/8} x_1 > \log_{7/8} x_2$

c) $lgx_1 > lgx_2$

III. **Розв’язати самостійно.**

1. Розв’язати рівняння: а) $\lg x = 2 + \lg 3 - \lg 5$; б) $\frac{1}{4-\lg} + \frac{2}{2+\lg x} = 1$;

в) $\log \frac{2}{3} x - \log 3x - 2 = 0$; г) lglglgx=0.

Розв’язування

а) lgx=2+lg3-lg5, lgx=lg100+lg3-lg5, lgx=lg$\frac{100 \cdot 3}{5}$, lgx=lg60, x=60.

Відповідь. $\{60\}$.

б) $\frac{1}{4-\lg x} + \frac{2}{2+\lg x} = 1$. ОDЗ: 4-lgx$\neq 0$, x$\neq$ 10000, $2 + \lg x \neq 0$, $x \neq 0{,}01$.

Нехай lgx=t, тоді $\frac{1}{4-t} + \frac{2}{2+t} = 1$, $2 + t + 8 - 2t = 8 + 2t - t^2$, $t^2 - 3t + 2 = 0$,

$t_1 = 1$, $t_2 = 2$. Отже, $\lg x = 1$ або $\lg x = 2$, $x_1 = 10$, $x_2 = 100$.

Відповідь. $\{10;100\}$.

в) $\log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0$. ОDЗ: x>0. Нехай $\log_3 x = t$, тоді $t^2 - t - 2 = 0$, $t_1 = -1$,

$t_2 = 2$. Отже, $\log_3 x = -1$ або $\log_3 x = 2$, $x_1 = \frac{1}{3}$; $x_2 = 9$.

Відповідь. $\left\{\frac{1}{3};9\right\}$.

г) $\lg\lg\lg x = 0$, $\lg\lg x = 10^\circ$, $\lg x = 10$, $x = 10^{10}$.

Відповідь. $\{10^{10}\}$.

* * *

Розв’язати самостійно

1.1. $\lg(x-2) + \lg(x-3) = 1 - \lg 5$; 1.2. $\lg_3(x+1) + \lg_3(x+3) = 1$;

1.3. $\log_4^2 x + 2\log_4 x - 3 = 0$; 1.4. $\frac{2}{\lg x + 2} - \frac{1}{3 - \lg x} = \frac{1}{6}$;

1.5. $\log_4 \log_3 \log_2 x = \frac{1}{2}$; 1.6. $x^{-2+\lg x} = 1000$.

1.7. $\log_2(x-2) = 1$. 1.8. $\log_5(x^2 - 2x) = \log_5 8$.

1.9. $\lg(2x+3) = \lg(x-4)$.

3. Розв’язати нерівність:

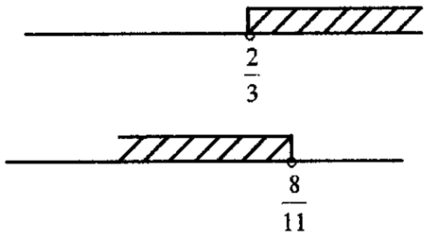
а) $\log_{0,5}(3x-2) > \log_{0,5}(6-5x)$; б) $\log_3^2 x + 2\log_3 x - 3 > 0$;

в) $\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x < 6$;   г) $\frac{1}{4-\lg x} + \frac{2}{2+\lg x} > 1$.

Розв'язування

а) $\log_{0,5}(3x-2) > \log_{0,5}(6-5x)$. Оскільки основа $a = 0,5 < 1$, функція $y = \log_{0,5} x$ спадна, тому $3x - 2 < 6 - 5x$. З врахуванням області визначення, одержимо рівносильну систему:

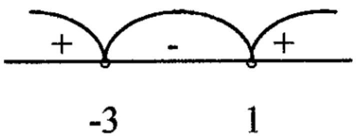
$$\begin{cases} 3x-2>0, \\ 6-5x>0, \\ 3x-2<6-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2>0, \\ 11x<8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\frac{2}{3}, \\ x<\frac{8}{11} \end{cases}$$



Отже, $x \in \left(\frac{2}{3};\frac{8}{11}\right)$.

Відповідь. $\left(\frac{2}{3};\frac{8}{11}\right)$.

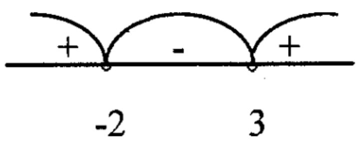
б) $\log_3^2 x + 2\log_3 x - 3 > 0$. Нехай $\log_3 x = t$, тоді $t^2 + 2t^2 - 3 > 0$, $t_1 = -3$; $t_2 = 1$,



Отже, $\left[\begin{array}{l} t<-3, \\ t>1 \end{array}\right.$ або $\left[\begin{array}{l} \log_3 x<-3, \\ \log_3 x>1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x<\frac{1}{27}, \\ x>3. \end{array}\right.$ Звідси $x \in \left(0;\frac{1}{27}\right) \cup (3;+\infty)$.

Відповідь. $x \in \left(0;\frac{1}{27}\right) \cup (3;+\infty)$.

в) $\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x < 6$. Нехай $\log_{0,5} x = t$, тоді $t^2-t-6<0$, $t_1=-2$; $t_2=3$,

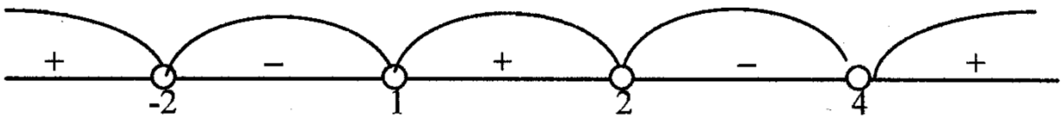


Отже, $-2<t<3$, або $-2<\log_{0,5}x<3$, $0,5^3<x<0,5^{-2}$, $\frac{1}{8} < x < 4$.

Відповідь. $\left(\frac{1}{8};4\right)$.

г) $\dfrac{1}{4-\lg x}+\dfrac{2}{2+\lg x}>1$. Нехай $\lg x = t$, тоді $\dfrac{1}{4-t}+\dfrac{2}{2+t}>1$, $\dfrac{t^2-3t+2}{(4-t)(2+t)}>0$,

$\dfrac{(t-1)(t-2)}{(t-4)(t+2)}<0$,



Отже, $\left[\begin{array}{l}-2<t<1,\\ 2<t<4\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}-2<\lg x<1,\\ 2<\lg x<4\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}0{,}01<x<10,\\ 100<x<10000.\end{array}\right.$

Отже, $x\in(0{,}01;10)\cup(100;10000)$.

Відповідь. $(0{,}01;10)\cup(100;10000)$.

* * *

Розв'язати самостійно

2.1. $\lg(x-2)+\lg(x-3)<1-\lg 5$; 2.2. $\lg_3(x+1)+\lg(x+3)>1$;

2.3. $\log_4^2 x+2\log_4 x-3<0$; 2.4. $\dfrac{2}{\lg x+2}-\dfrac{1}{3-\lg x}<\dfrac{1}{6}$;

2.5. $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)>0{,}5$; 2.6. $\log_{\frac{1}{3}}(2x-5)<\log_{\frac{1}{3}}4$;

2.7. $\ln x^2>\ln 16$.

3. Обчислити: а) $8^{\log_2 3}(\log 6{,}7-\lg 0{,}67)$; б) $3^{\log_{\sqrt{3}}\sqrt{5}+\log_9 25}$.

Домашня робота.

1. Розв'язати рівняння: а) $\lg(3x^2+13)-\lg(3x-5)=1$; б) $\dfrac{1}{\lg x}-\dfrac{1}{\lg x-1}=1$.

2. Розв'язати нерівність: а) $\log_{0,5}(5x-2)<\log_{0,5}(3-2x)$; б) $\dfrac{1}{\lg x}-\dfrac{1}{\lg x-1}<1$.

в) б) $0{,}5^{\log_{0,5}\left(\log_{\frac{1}{3}}(x-1)\right)}+2>0$.

Самостійні роботи до уроків.

ТЕМА: ЛОГАРИФМ ЧИСЛА

Самостійні роботи

Варіант 1.

Середній рівень

1. Обчислити:

   1) $\log_2 64$; $\log_{\frac{1}{5}} 125$; $5^{\log_5 7}$;

   2) $\log_6 2 + \log_6 3$; $\log_{\frac{1}{3}} 45 - \log_{\frac{1}{3}} 15$; $\log_a \sqrt[5]{a^3}$; 3) $\dfrac{\log_5 8}{\log_5 2}$.

2. Прологарифмувати за основою 5 вираз $\dfrac{5a^4\sqrt{c}}{b^2}$.

3. Знайти $\lg x = \lg 12 + 5\lg a + \frac{1}{3}\lg b - 4\lg c$.

Достатній рівень

1. 1) Обчислити: $\log_7 \dfrac{1}{\sqrt[3]{7^4}}$; $2^{3+\log_2 5}$; $5^{-2\log_5 7}$.

   2) Прологарифмувати за основою 3 вираз $81\sqrt[3]{\dfrac{ab^4}{c^5}}$.

   3) Знайти x, якщо $\lg x = 4\lg(a-b) - \dfrac{3}{5}\lg(a+b)$.

2. $\log_2 3 = a$; $\log_2 5 = b$. Знайти: $\log_2 15$; $\log_2 6$; $\log_2 75$; $\log_3 5$.
3. Використовуючи формулу переходу до нової основи логарифма, довести, що $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$.

Високий рівень

1. 1) Обчислити: $\log_9 \sqrt[3]{\dfrac{1}{3}}$; $2^{3-4\log_8 3}$.

   2) Прологарифмувати за основою 10 вираз $3\sqrt{a\sqrt{b}}$.

   3) Знайти x, якщо $\log_a x = 3 + 2\log_a b - \dfrac{1}{2}\log_a c - 4\log_a d$.

2. Обчислити $\log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$.

3. Довести тотожність $a^{\frac{\log_b \log_6 a}{\log_6 a}} = \log_b a$.

Варіант 2.

Середній рівень

1. Обчислити:

1) $\log_3 81$; $\log_{\frac{1}{2}} 16$; $9^{\log_9 4}$;

2) $\log_{21} 3 + \log_{21} 7$; $\log_{\frac{1}{5}} 75 - \log_{\frac{1}{5}} 3$; $\log_a \sqrt[7]{a^2}$;

3) $\dfrac{\log_2 27}{\log_2 3}$.

2. Прологарифмувати за основою 7 вираз $\dfrac{7a^3\sqrt{b}}{c^4}$.

3. Знайти $\lg x = \lg 2 + 3\lg a + 2\lg b - \frac{1}{5}\lg c$.

Достатній рівень

1. 1) Обчислити: $\log_2 \dfrac{1}{\sqrt[5]{2^{11}}}$; $2\log_{27} \lg 1000$; $3^{2-\log_3 10}$.

2) Прологарифмувати за основою 5 вираз $125\sqrt[5]{\dfrac{ab^4}{c^2}}$.

3) Знайти x, якщо $\lg x = 3\lg(a+b) - \dfrac{2}{5}\lg(a-b)$.

2. $\log_7 2 = a$; $\log_7 3 = b$. Знайти: $\log_7 6$; $\log_7 \frac{1}{9}$; $\log_7 18$; $\log_3 2$.

3. Використовуючи формулу переходу до нової основи логарифма, довести, що $\log_{a^\alpha} b = \dfrac{1}{\alpha}\log_a b$.

Високий рівень

1. 1) Обчислити: $\log_{25} \sqrt[4]{\dfrac{1}{5}}$; $3^{2-6\log_{27} 5}$.

2) Прологарифмувати за основою вираз $7\sqrt[3]{a\sqrt{b}}$.

3) Знайти x, якщо $\lg x = -\lg 100 - \frac{1}{2}\lg a - 2\lg b$.

2. Обчислити $\log_3 49 \cdot \log_{\sqrt{7}} 5 \cdot \log_{25} 27$.

3. Довести тотожність $\frac{\log_a c}{\log_{ab} c} = 1 + \log_a b$.

Варіант 3.

Середній рівень

1. Обчислити:

1) $\log_5 125$; $\log_{\frac{1}{3}} 27$; $11^{\log_{11} 3}$;

2) $\log_{12} 2 + \log_{12} 72$; $\log_5 75 - \log_5 3$; $\log_a \sqrt[7]{a^3}$; 3) $\frac{\log_5 16}{\log_5 2}$.

2. Прологарифмувати за основою 3 вираз $\frac{9a^3\sqrt{b}}{c^5}$.

3. Знайти $\lg x = \lg 2 + 3\lg a + \frac{2}{5}\lg c - \lg b$.

Достатній рівень

1. 1) Обчислити: $\log_{11} \frac{1}{\sqrt[3]{11^5}}$; $\log_2 \log_3 81$; $3^{1-\log_3 7}$.

2) Прологарифмувати за основою 2 вираз $16\sqrt[7]{\frac{a^3}{b^2c}}$.

3) Знайти x, якщо $\lg x = \frac{1}{3}\lg(a+b) - 5\lg(a-b)$.

2. $\log_3 2 = a$; $\log_3 7 = b$. Знайти: $\log_3 14$; $\log_3 6$; $\log_3 28$; $\log_2 7$.
3. Використовуючи формулу переходу до нової основи логарифма, довести, що $\log_{a^p} b^p = \log_a b$.

Високий рівень

1. 1) Обчислити: $\log_{125} \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$; $9^{3-\log_3 2-\log_{81} 4}$.

2) Прологарифмувати за основою 3 вираз $27a^5\sqrt[5]{\frac{b^3}{c}}$.

3) Знайти x, якщо $\lg x = \frac{2}{3}(\lg m - \lg n) - \lg(m-n)$.

2. Обчислити $\log_8 9$, якщо $\log_{12} 18 = a$.

3. Довести тотожність $\log_{ab} c = \frac{\log_a c \cdot \log_b c}{\log_a c + \log_b c}$.

Варіант 4.

Середній рівень

1. Обчислити:

1) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$; $\log_5 \frac{1}{125}$; $9^{\log_9 5}$;

2) $\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}$; $\log_{\frac{1}{3}} 54 - \log_{\frac{1}{3}} 2$; $\log_a \sqrt[11]{a^3}$; 3) $\frac{\log_7 81}{\log_7 3}$.

2. Прологарифмувати за основою 2 вираз $x = \frac{8a\sqrt{b}}{c^5}$.

3. Знайти $\lg x = \lg 5 + 2\lg a - \frac{1}{4}\lg b + \lg c$.

Достатній рівень

1. 1) Обчислити: $\log_5 \frac{1}{\sqrt{5}}$; $7^{1+\log_7 3}$; $4^{-3\log_4 5}$.

2) Прологарифмувати за основою 10 вираз $1000\sqrt{\frac{ab^3}{c^2}}$.

3) Знайти x, якщо $\lg x = 3\lg(a+b) - \frac{2}{3}\lg(a-b)$.

2. $\log_5 2 = a$; $\log_5 3 = b$. Знайти: $\log_5 6$; $\log_5 \frac{1}{9}$; $\log_5 12$; $\log_2 3$.

3. Використовуючи формулу переходу до нової основи логарифма, довести, що $\log_a b = -\log_{\frac{1}{a}} b$.

Високий рівень

1. 1) Обчислити: $\log_{16}\sqrt[5]{\frac{1}{2}}$; $27^{\frac{1}{3}\log_{\frac{1}{3}}0{,}5-\log_{27}2}$.

   2) Прологарифмувати за основою 2 вираз $4a^4\sqrt[4]{\frac{c^3}{d}}$.

   3) Знайти x, якщо $\log_3 x = \log_9 a - \log_{27} b + \log_{\frac{1}{3}} c$.

2. Обчислити $\log_6 16$, якщо $\log_{12} 2 = a$.

3. Довести тотожність $\log_{bc} ac = \dfrac{\log_b a + \log_b c}{1+\log_b c}$.

ТЕМА . ЛОГАРИФМІЧНА ФУНКЦІЯ

Самостійні роботи

Варіант 1.

Середній рівень

1. Побудувати графік функції $y = \log_3 x$ і записати її властивості.
2. Порівняти числа: а) $\log_3 5{,}4$ і $\log_3 6{,}2$; б) $\log_{\frac{1}{5}} 7{,}2$ і $\log_{\frac{1}{5}} 8{,}4$.
3. Знайти область визначення функції $y = \log_{0,4}(3x - 1)$.

Достатній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_2(x + 1)$ і записати її властивості.

   2) Порівняти основу $a > 0$ з одиницею, якщо:

   а) $\log_a 7 < \log_a 5$; б) $\log_a 7{,}1 > \log_a 5{,}9$.
2. Знайти область визначення функції $y = \log_2 \sin x$.
3. Розв’язати графічно рівняння $\log_{0,5} x = 2x - 5$.

Високий рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = 3 + \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$.

   2) Порівняти числа: а) $\log_{0,4} 7$ і 0; б) $\log_9 1{,}3$ і 0.

2. Знайти область визначення функції $f(x) = \dfrac{1}{\log_3(x+2)} + \sqrt{3-x}$.

3. Побудувати графік функції $y = \left|\log_4 x\right|$ і записати її властивості.

Варіант 2.

Середній рівень

1. Побудувати графік функції $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ і записати її властивості.
2. Порівняти числа: а) $\log_{11} 0,7$ і $\log_{11} 0,6$; б) $\log_{\frac{1}{7}} 1,2$ і $\log_{\frac{1}{7}} 0,9$.
3. Знайти область визначення функції $y = \log_7 (5x + 3)$.

Достатній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_{0,5} (x + 1)$ і записати її властивості.
   2) Порівняти основу $a > 0$ з одиницею, якщо:
   а) $\log_a 1,2 < \log_a 2,2$; б) $\log_a 0,3 > \log_a 0,5$.
2. Знайти область визначення функції $y = \log_{0,4} \cos x$.
3. Розв'язати графічно рівняння $\log_2 x = -x + 1$.

Високий рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = -3 + \log_2 (x + 1)$.
   2) Порівняти числа: а) 0 і $\log_{0,4} 0,5$; б) 0 і $\log_7 1,2$.
2. Знайти область визначення функції $y = \dfrac{1}{\log_5 (x - 3)} + \sqrt{7 - x}$.
3. Побудувати графік функції $y = \left|\log_{\frac{1}{4}} x\right|$ і записати її властивості.

Варіант 3.

Середній рівень

1. Побудувати графік функції $y = \log_4 x$ і записати її властивості.
2. Порівняти числа: а) $\log_{7,1} 3,7$ і $\log_{7,1} 3,9$; б) $\log_{0,7} 5,2$ і $\log_{0,7} 5,3$.
3. Знайти область визначення функції $y = \log_{\frac{1}{3}} (7x + 2)$.

Достатній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_2 (x - 2)$ і записати її властивості.
   2) Порівняти основу $a > 0$ з одиницею, якщо:
   а) $\log_a \pi < \log_a 4$; б) $\log_a \pi > \log_a 3$.
2. Знайти область визначення функції $y = \log_2 \dfrac{3 - x}{x + 2}$.

3. Розв’язати графічно рівняння $\log_2 x = x - 4$.

Високий рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = 3 + \log_2(x - 2)$.

   2) Порівняти числа: а) $\log_\pi 0,8$ і 0; б) $\log_{\frac{1}{\pi}} 8$ і 0.

2. Знайти область визначення функції $y = \dfrac{1}{\log_{3,6}(x-7)} + \sqrt{10 - x}$.

3. Побудувати графік функції $y = \log_4 |x|$ і записати її властивості.

Варіант 4.

Середній рівень

1. Побудувати графік функції $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ і записати її властивості.

2. Порівняти числа: а) $\log_{1,1} 0,3$ і $\log_{1,1} 0,5$; б) $\log_{0,1} 5,2$ і $\log_{0,1} 5,3$.

3. Знайти область визначення функції $y = \log_{\frac{1}{11}}(4 - 3x)$.

Достатній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_3 (x + 1)$ і записати її властивості.

   2) Порівняти основу $a > 0$ з одиницею, якщо:

   а) $\log_a 0,6 < \log_a 0,5$; б) $\log_a 5,9 > \log_a 5,7$.

2. Знайти область визначення функції $y = \log_2\left(x^2 - 4x + 3\right)$.

3. Розв’язати графічно рівняння $\log_{\frac{1}{3}} x = x + 3$.

Високий рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = -1 + \log_2(x + 2)$.

   2) Порівняти числа: а) $\log_{0,7} 5$ і 0; б) $\log_7 1,9$ і 0.

2. Знайти область визначення функції $y = \dfrac{1}{\log_{0,4}(x-4)} + \sqrt{9 - x}$.

3. Побудувати графік функції $y = \log_{\frac{1}{5}} |x|$ і записати її властивості.

ТЕМА . ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ

Самостійні роботи

Варіант 1.

Середній рівень

Розв'язати рівняння:

1. 1) $2^x = 3$; 2) $\log_4 (5x + 1) = 2$; 3) $\log_2 (2x + 1) = \log_2 (x - 2)$.
2. $\log_2 x + \log_2 (x + 6) = 4$.
3. $\log_4^2 x - \log_4 x - 2 = 0$.

Достатній рівень

Розв'язати рівняння:

1. 1) $\lg (3x - 1) - \lg (x + 5) = \lg 5$; 2) $3\lg^2 (x - 1) - 10\lg (x - 1) + 3 = 0$.
2. $\log_7 \log_3 \log_2 x = 0$.
3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \log_2 (x + y) = 5, \\ \log_4 (x - y) = 1. \end{cases}$

Високий рівень

Розв'язати рівняння:

1. 1) $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{10}{3}$; 2) $\frac{1}{5 - \lg x} + \frac{2}{1 + \lg x} = 1$. 2. $\lg\left(x^{\lg x}\right) = 1$.
3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \log_x \log_2 \log_x y = 0, \\ \log_y 9 = 1. \end{cases}$

Варіант 2.

Середній рівень

Розв'язати рівняння:

1. 1) $7^x = 2$; 2) $\log_3 (5x - 1) = 2$; 3) $\log_2 (x - 7) = \log_2 (11 - x)$.
2. $\log_3 (x + 1) + \log_3 (x + 3) = 1$.
3. $\log_3^2 x - \log_5 x - 6 = 0$.

Достатній рівень

Розв'язати рівняння:

1. 1) $\lg (x - 1) - \lg (2x - 11) = \lg 2$; 2) $\log_3^2 (x - 3) - \log_3 (x - 3) - 2 = 0$.
2. $\log_2 \log_3 \log_4 x = 0$.

3. Розв’язати систему рівнянь $\begin{cases} \log_2(x+y)=6, \\ \log_4(x-y)=2. \end{cases}$

Високий рівень

Розв’язати рівняння:

1. 1) $2\log_x 27 - 3\log_{27} x = 1$; 2) $\frac{1}{5-4\lg x}+\frac{4}{1+\lg x}=3$.
2. $0{,}1x^{\lg x-2} = 100$.
3. Розв’язати систему рівнянь $\begin{cases} xy=40, \\ x^{\lg y}=4. \end{cases}$

Варіант 3.

Середній рівень

Розв’язати рівняння:

1. 1) $5^x = 4$; 2) $\log_2(3x - 1) = 3$; 3) $\log_5(x + 1) = \log_5(7 - x)$.
2. $\log_5(x + 1) + \log_5(2x + 3) = 0$. 3. $\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 = 0$.

Достатній рівень

Розв’язати рівняння:

1. 1) $\lg(x + 6) - \frac{1}{2}\lg(2x - 3) = 2 - \lg 25$; 2) $\lg^2(x-3)-\lg\frac{100}{x-3}=0$.
2. $\log_5 \log_3 \log_2 \log_2 x = 0$.
3. Розв’язати систему рівнянь $\begin{cases} x-y=90, \\ \lg x+\lg y=3. \end{cases}$

Високий рівень

Розв’язати рівняння:

1. 1) $\log_3 x - 2\log_{\frac{1}{3}} x = 3$; 2) $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = 7$.
2. $x^{\log_3^{3x}} = 9$.
3. Розв’язати систему рівнянь $\begin{cases} y-\log_3 x=1, \\ x^y=3^{12}. \end{cases}$

Варіант 4.

Середній рівень

Розв’язати рівняння:

1. 1) $9^x = 5$; 2) $\log_4(5x + 1) = 2$; 3) $\log_{0,3}(13 - x) = \log_{0,3}(x + 3)$.

2. $\lg(x-3)+\lg(x+6)=\lg 2+\lg 5$. 3. $\log_3^2 x-3\log_3 x+2=0$.

Достатній рівень

Розв'язати рівняння:

1. 1) $\log_2(3x-1)+\log_2(x-1)=1+\log_2(x+5)$; 2) $\lg^2 x^3-10\lg x+1=0$.
2. $\lg\lg\lg x=0$.
3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases}\lg x+\lg y=5,\\ \lg x-\lg y=3.\end{cases}$

Високий рівень

Розв'язати рівняння:

1. 1) $\log_x 10+\lg x=2$; 2) $\log_3 x\log_9 x\log_{27} x\cdot\log_{81} x=\frac{2}{3}$.
2. $x^{\log_2 x}=4x$.
3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases}x^{\lg y}=100,\\ \log_y x=2.\end{cases}$

ТЕМА . ЛОГАРИФМІЧНІ НЕРІВНОСТІ

Самостійні роботи

Варіант 1.

Середній рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_5 x>2$; 2) $\log_{\frac{1}{3}} x<-1$.
2. $\log_{\frac{1}{5}}(2x+3)>-3$. 3. $\log_7(x-1)\le\log_7 2+\log_7 3$.

Достатній рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_2(x^2-13x+30)>3$; 2) $\log_{\frac{1}{4}}(2x-1)>\log_{\frac{1}{4}}(x+1)$.
2. $\log_{0,5}^2 x+\log_{0,5} x-2\le 0$. 3. $\log_x(x+2)>0$.

Високий рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_{0,4}(x^2+2x-3)>\log_{0,4}(x-1)$; 2) $\log_{3-x}(x-2,5)>0$.

2. $x^{\lg x} < 100x$. 3. $|\lg x - 1| < 2$.

Варіант 2.

Середній рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_6 x > 2$; 2) $\log_{\frac{1}{7}} x < -1$.
2. $\log_3(2x-1) < 3$. 3. $\lg 2x < 2\lg 7 + 1$.

Достатній рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 + 3x\right) \geq -2$; 2) $\lg(2x+3) < \lg(x-1)$.
2. $\log_2^2 x - 3\log_2 x - 4 < 0$.
3. $\log_x(x + 3) > 0$.

Високий рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_{0,7}(x^2 - 2x - 3) \geq \log_{0,8}(9 - x)$; 2) $\log_{2x+3} x^2 < 1$.
2. $x^{\lg x} < 1000x^2$.
3. $|\log_2 x - 1| < 3$.

Варіант 3.

Середній рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_5 x > -2$; 2) $\log_{0,7} x < 1$.
2. $\log_7(2x-1) < 2$. 3. $\lg x < 2\lg 6 - \lg 2$.

Достатній рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_3 \dfrac{1+2x}{x+1} \geq 1$; 2) $\log_{\frac{2}{7}}(4x-1) \geq \log_{\frac{2}{7}}(x+2)$.
2. $\log_3^2 x + 2\log_3 x - 3 < 0$. 3. $\log_x(3x - 1) > 1$.

Високий рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_{0,2}(x + 1) + \log_{0,3}(5 - x) \geq \log_{0,2}(x + 7)$; 2) $\log_{0,5} \log_8 \dfrac{x^2 + 8x}{x-3} < 0$.

2. $x^{\log_2 x} < 4$.

3. $\log_{\frac{1}{2}} \cos x > 1$.

Варіант 4.

Середній рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_2 x > 3$; 2) $\log_{0,9} x < 0$.
2. $\log_{\frac{1}{3}}(2x-3) > -2$. 3. $\log_2(x+5) \le \log_4 3 + \log_4 7$.

Достатній рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_4 \dfrac{3x-1}{x} \ge \dfrac{1}{2}$; 2) $\log_{0,5}(x+1) \le \log_{0,5}(7-x)$.
2. $\log^2_{\frac{1}{5}} x - \log_{\frac{1}{5}} x - 2 \le 0$. 3. $\log_4(5x - 1) > 1$.

Високий рівень

Розв'язати нерівність:

1. 1) $\log_{0,8}(x + 2) + \log_{0,8}(6 - x) \ge \log_{0,8}(x + 8)$; 2) $\log_{\frac{1}{3}} \log_4\left(x^2-5\right) > 0$.
2. $x^{\lg\left(x^2-6x+5\right)} > 1$. 3. $\log_{\frac{1}{2}} \sin x > 1$.

Тематичне оцінювання:

Контрольна робота

Варіант 1.

Середній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_2 x$ і записати її властивості.
   2) Розв'язати рівняння $\log_2(3x + 1) = 4$.
2. Розв'язати рівняння $\log_2 x + \log_2(x + 2) = 3$.
3. Розв'язати нерівність $\log_{\frac{1}{3}}(3x+2) > 2\log_{\frac{1}{3}} 5 + \log_{\frac{1}{3}} 2$.

Достатній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+4)$ і записати її властивості.

2) Прологарифмувати за основою 4 вираз $64\sqrt[3]{\dfrac{ab^2}{c^5}}$.

3) Розв'язати нерівність lg (3x + 4) < lg 2x.

2. Розв'язати рівняння $\log_5 \log_3 \log_2 x = 0$.

3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \lg x + \lg y = 3, \\ \lg x - \lg y = 1. \end{cases}$

Високий рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = 1 + \log_3 (x - 1)$.

2) Розв'язати рівняння $\log_2 x - 2\log_x 2 = -1$.

3) Розв'язати нерівність $\log_{\frac{1}{3}}(x-2)+\log_{\frac{1}{3}}(12-x)\geq -2$.

2. Розв'язати рівняння $x^{\lg x} = 1000x^2$.

3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \log_y x + \log_x y = 2{,}5, \\ xy = 27. \end{cases}$.

Варіант 2.

Середній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y=\log_{\frac{1}{4}} x$ і записати її властивості.

2) Розв'язати рівняння $\log_5 (2x - 1) = 3$.

2. Розв'язати рівняння $\log_{\frac{1}{2}} x+\log_{\frac{1}{2}}(x+7)=-3$.

3. Розв'язати нерівність $\log_4(x-3)\leq \log_4 5+\log_4 3$.

Достатній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_2(x+3)$ і записати її властивості.

2) Прологарифмувати за основою $\frac{1}{3}$ вираз $27\sqrt[6]{\dfrac{a^5 b}{c^7}}$.

3) Розв'язати нерівність $\log_{0,1}(x+2)\leq \log_{0,1}(8-x)$.

2. Розв'язати рівняння $\lg \log_3 \log_4 x = 0$.

3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} \lg x + \lg y = 5, \\ \lg x - \lg y = 7. \end{cases}$

Високий рівень

1. 1) Побудувати графік функції y = -1 + $\log_{\frac{1}{3}}(x+1)$.

   2) Розв'язати рівняння $\log_2 x + \log_x 2 = 2{,}5$.

   3) Розв'язати нерівність $\log_{\frac{1}{6}}(7-x)+\log_{\frac{1}{6}}(12-x)\ge -2$.

2. Розв'язати рівняння $x^{\log_2 x+2}=256$.

3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} xy=20, \\ x^{\lg y}=2. \end{cases}$

Варіант 3.

Середній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y=\log_5 x$ і записати її властивості.

   2) Розв'язати рівняння lg ($3x$ + 1) = 2.

2. Розв'язати рівняння $\log_{\frac{1}{3}} x+\log_{\frac{1}{3}}(x+6)=-3$.

3. Розв'язати нерівність $\log_9(9x+4)<3\log_9 2+\log_9 5$.

Достатній рівень

1. 1) Побудувати графік функції y = $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)$ і записати її властивості.

   2) Прологарифмувати за основою 2 вираз $x=32\sqrt[5]{\frac{a^4}{b^3c}}$.

   3) Розв'язати нерівність $\log_{\frac{2}{9}}(5x-1)>\log_{\frac{2}{9}}(x+3)$.

2. Розв'язати рівняння $\log_2 \log_3 \lg x = 0$.

3. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} x+y=7, \\ \lg x+\lg y=1. \end{cases}$

Високий рівень

1. 1) Побудувати графік функції y = 2 + $\log_3(x+2)$.

   2) Розв'язати рівняння $\log_3 x = 1 + \log_x 9$.

   3) Розв'язати нерівність $\log_{0,5}(4-x)+\log_{0,5}(x-1)\ge\log_{0,5} 2$.

2. Розв'язати рівняння $x^{\log_3 x}=9x$.

3. Розв’язати систему рівнянь $\begin{cases} \lg x + \lg y = 4, \\ x^{\lg y} = 1000. \end{cases}$.

Варіант 4.

Середній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_{\frac{1}{5}} x$ і записати її властивості.

   2) Розв’язати рівняння $\log_3 (4x + 1) = 2$.

2. Розв’язати рівняння $\log_2 x + \log_2 (x+6) = 4$.

3. Розв’язати нерівність $\log_{\frac{1}{3}} (7x+3) > 4\log_{\frac{1}{3}} 2 + \log_{\frac{1}{3}} 5$.

Достатній рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_3 (x-2)$ і записати її властивості.

   2) Прологарифмувати за основою 2 вираз $16\sqrt[7]{\frac{a^3}{b^2 c}}$.

   3) Розв’язати нерівність $\log_{\frac{1}{3}} (3x-1) > \log_{\frac{1}{3}} (2x+5)$.

2. Розв’язати рівняння $\log_8 \log_9 \lg x = 0$.

3. Розв’язати систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 34, \\ \log_2 x + \log_2 y = 6. \end{cases}$

Високий рівень

1. 1) Побудувати графік функції $y = \log_{\frac{1}{2}} (x-2)$.

   2) Розв’язати рівняння $\log_3 x + 2\log_x 3 = 3$.

   3) Розв’язати нерівність $\lg(x^2 + x - 6) - \lg(x+3) \le \lg 3$.

2. Розв’язати рівняння $x^{1+\lg x} = 0{,}1^{-2}$.

3. Розв’язати систему рівнянь $\begin{cases} \lg x + \lg y = 4, \\ x^{\lg y} = 1000. \end{cases}$

Тематичне оцінювання.

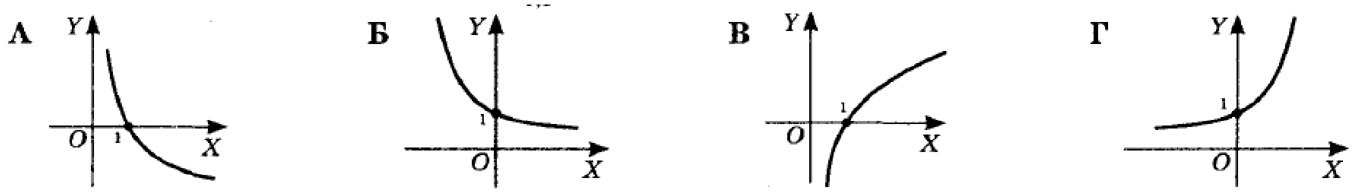
Варіант1.

У завданнях 1-5 виберіть лише одну правильну відповідь і позначте її в бланку відповідей.

1. Укажіть правильну рівність.

   А) $\log_{-5}25 = 2$; Б) $\log_{1/7}(-49) = -2$; В) $\log_{-4}64 = 3$; Г) $\log_{-9}(-81) = 2$;

2. Визначте графік функції $\log_{0,8} x$.



1. Виберіть точку, через яку проходить графік функції $y = \log_3 x - 3$

   А) M(4; -5); Б) K(4; -1); В) H(4;1); Г) P(4;5)

2. Графіки функції $y = \log_{4/5} x$ та $y = \log_{5/4} x$ знаходяться в одній системі координат. Вони симетричні відносно:

   А) осі ОХ; Б) осі ОУ; В) прямої y= - x; Г) прямої y = x

5. Обчисліть значення виразу : $3\log_3 81 + 2\log_2 8$.

   А) 6; Б) 10; В) 18; Г) 26

У завданнях 6 та 7 встановіть відповідність. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть відповідник, позначений БУКВОЮ. Відповідь впишіть у таблицю і перенесіть її до бланку відповідей.

6. Встановіть відповідність між рівнянням та його коренем.

   1 $\log_{x-2}(x^2 - 16) = 2$; А) -5 В) 2

   2 $\log_{0,3}(5x - 1) = \log_{0,3}(x + 7)$ Б) -2 Г) 5

1	
2	

7. Знайдіть до кожної з нерівностей відповідний проміжок, який є розв'язком цієї нерівності.

1 $\log_4(6-5x) > 2$ А) (-∞; -2); В) (- ∞;23);

2 $\log_{1/5}(x+2) < -2$ Б) (-2;∞); Г) (23; ∞)

1	
2	

У завданнях 8 – 10 впишіть відповідь і перенесіть її до бланка відповідей

8. Знайдіть x, якщо $\lg x = \frac{1}{3}\lg 16 - 3\lg 2 + \lg 8$

Відповідь :____

9. Обчисліть $16^{\log_4 3} + 10^{\log 18 - \log 3}$.

Відповідь:____

10. Розв'яжіть рівняння та знайдіть добуток його коренів: $\log_4^2 x - \log_4 x + 3 = 7^{\log_7 3}$

Відповідь:____

У завданнях 11 та 12 запишіть розгорнуте розв'язання з необхідними поясненнями та граничними побудовами.

11. Знайдіть найбільше ціле значення x, яке задовольняє нерівність:

$(2x+4)\log_{0,2} 3 - 2\log_{0,2} 3 \geq 0$

Відповідь:____

12. Дано функції $g(x) = 3\log_x 4 + 2$ і $f(x) = \log_2|x|$

1. Побудуйте графік функції f(x) .
2. Розв’яжіть рівняння: $\mathbf{3\log_x 4 + 2} = \log_2|\boldsymbol{x}|$
3. Відповідь:____

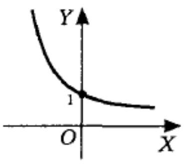
Варіант2.

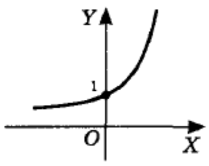
У завданнях 1-5 виберіть лише одну правильну відповідь і позначте її в бланку відповідей.

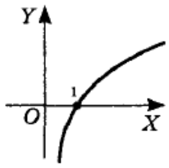
1. Укажіть правильну рівність.

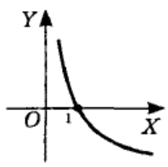
А) $\log_2(-8)=3$; Б) $\log_{1/3}9=-2$; В) $\log_{-5}25=2$; Г) $\log_{-1/7}(-49)=-2$;

2. Визначте графік функції $\mathbf{log_{1,2}}\,x$.

А


Б


В


Г


3 Виберіть точку, через яку проходить графік функції $y=\mathbf{log_3}\,x-\mathbf{1}$

А) M(1/3; -1) B) N(3; -2) C) K(6:1) D) P(9;1)

4. Графіки функції $y=\mathbf{log_{20}}\,x$ та $y=\mathbf{log_{1/20}}\,x$ знаходяться в одній системі координат. Вони симетричні відносно:

А) осі ОХ; Б) осі ОУ; В) прямої у= - х; Г) прямої у = х

5. Обчисліть значення виразу : $\mathbf{2\log_5 25+3\log_2 64}$.

А) 8; Б) 12; В) 18; Г) 22

У завданнях 6 та 7 встановіть відповідність. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть відповідник, позначений БУКВОЮ. Відповідь впишіть у таблицю і перенесіть її до бланку відповідей.

6. Встановіть відповідність між рівнянням та його коренем.

1 $\mathbf{log_{x+1}}(x^2+\mathbf{9})=\mathbf{2}$; А) -12 В) 4

2 $\mathbf{log_{0,5}}(\mathbf{2}x+\mathbf{3})=\mathbf{log_{0,5}}(x-\mathbf{9})$ Б) -4 Г) 12

1	
2	

7. Знайдіть до кожної з нерівностей відповідний проміжок, який є розв’язком цієї нерівності.

1 $\mathbf{log_{1/3}(5-}\text{x}\mathbf{)<-2}$; А) (-∞; -28); В) (-28; ∞);

2 $\mathbf{lg(72-}\text{x}\mathbf{)>2}$ Б) (-∞;-4); Г) (-4; ∞)

1	
2	

У завданнях 8 – 10 впишіть відповідь і перенесіть її до бланка відповідей

8. Знайдіть х, якщо $\mathbf{lg}\,\text{x}=\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\mathbf{lg\,49-4\,lg\,2+2\,lg\,4}$

Відповідь :____

9. Обчисліть $\mathbf{36^{log_6 5}}$ + $\mathbf{10^{log\,20-log\,5}}$.

Відповідь:____

10.Розв’яжіть рівняння та знайдіть добуток його коренів: $\boldsymbol{log_5^2}$x + $\log_5$x + 7 = $\mathbf{5^{log_5 7}}$

Відповідь:____

У завданнях 11 та 12 запишіть розгорнуте розв’язання з необхідними поясненнями та граничними побудовами.

11. Знайдіть найбільше ціле значення х, яке задовольняє нерівність:

(5x – 3) $\mathbf{log_4 7-13\,log_4 7<0}$

Відповідь:____

12. Дано функції $f(x) = 4\log_3|x|$ і $g(x) = -\log_x 3 + 5$.

1. Побудуйте графік функції $f(x)$.
2. Розв’яжіть рівняння: $4\log_3|x| = -\log_x 3 + 5$.

   Відповідь:____

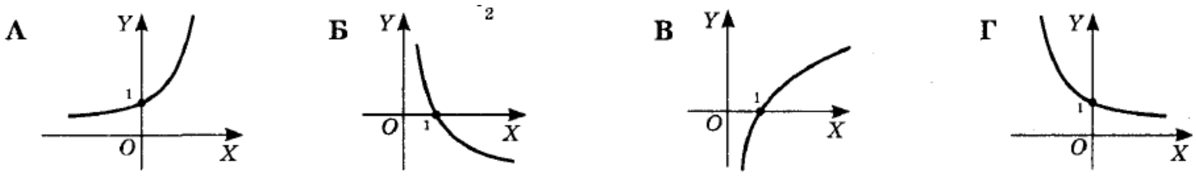
Варіант3.

У завданнях 1-5 виберіть лише одну правильну відповідь і позначте її в бланку відповідей.

2. Укажіть правильну рівність.

А) $\log_{-4}16=3$; Б) $\log_2 8=3$; В) $\log_{-1/2}(-32)=-5$; Г) $\log_{-1/3}9=-2$;

2. Визначте графік функції $\mathbf{log_{3/2}}\,x$.



3 Виберіть точку, через яку проходить графік функції y=$\mathbf{log_2}\,x+\mathbf{2}$

А) M(1/4;0) Б) H(1;1) В) K(4;-1) Г) P(-8; -2)

3. Графіки функції y=$\mathbf{log_{2/3}}\,x$ та $y=\mathbf{log_{3/2}}\,x$ знаходяться в одній системі координат. Вони симетричні відносно:

А) осі ОХ; Б) осі ОУ; В) прямої y= - x; Г) прямої y = x

5. Обчисліть значення виразу : $\mathbf{2\log_5 25+3\log_2 64}$.

А) 8; Б) 12; В) 18; Г) 22

У завданнях 6 та 7 встановіть відповідність. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть відповідник, позначений БУКВОЮ. Відповідь впишіть у таблицю і перенесіть її до бланку відповідей.

6. Встановіть відповідність між рівнянням та його коренем.

1 $\mathbf{log}_{x+1}(x^2+\mathbf{9})=\mathbf{2}$; А) -12 В) 4

2 $\mathbf{log_{0,5}}(\mathbf{2}x+\mathbf{3})=\mathbf{log_{0,5}}(x-\mathbf{9})$ Б) -4 Г) 12

1	
2	

7. Знайдіть до кожної з нерівностей відповідний проміжок, який є розв'язком цієї нерівності.

1 $\mathbf{log_{1/3}(5 - }x\mathbf{) < -2}$; А) (-∞; -28); В) (-28; ∞);

2 $\mathbf{lg(72 - }x\mathbf{) > 2}$ Б) (-∞;-4); Г) (-4; ∞)

1	
2	

У завданнях 8 – 10 впишіть відповідь і перенесіть її до бланка відповідей

8. Знайдіть х, якщо $\mathbf{lg}\, x = \frac{1}{2}\mathbf{lg\, 49 - 4\, lg\, 2 + 2\, lg\, 4}$

Відповідь :______________________________________

9. Обчисліть $\mathbf{36^{\log_6 5}} + \mathbf{10^{\log 20 - \log 5}}$.

Відповідь:______________________________________

10.Розв'яжіть рівняння та знайдіть добуток його коренів: $\boldsymbol{log_5^2}x + \log_5 x + 7 = \mathbf{5^{\log_5 7}}$

Відповідь:______________________________________

У завданнях 11 та 12 запишіть розгорнуте розв'язання з необхідними поясненнями та граничними побудовами.

11. Знайдіть найбільше ціле значення x, яке задовольняє нерівність:

(5x – 3) $\mathbf{\log_4 7 - 13\log_4 7 < 0}$

Відповідь:____

12. Дано функції f(x) = 4$\mathbf{\log_3|\boldsymbol{x}|}$ і g(x)= - $\log_x 3$ + 5.

1Побудуйте графік функції f(x) .

2 Розв'яжіть рівняння: 4$\mathbf{\log_3|\boldsymbol{x}|}$ = - $\log_x 3$ + 5.

Відповідь:____

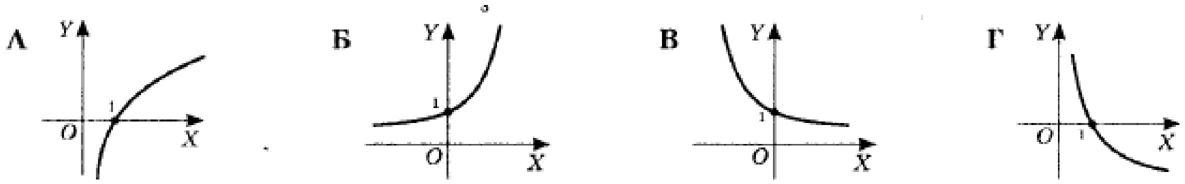
Варіант4.

У завданнях 1-5 виберіть лише одну правильну відповідь і позначте її в бланку відповідей.

1. Укажіть правильну рівність.

   А) $\log_3 27 = 3$;   Б) $\log_{-0,2} 25 = -2$;   В) $\log_{1/4}(-64) = -3$;   Г) $\log_5(-25) = 2$;

2. Визначте графік функції $\log_{1/3} x$.



3. Виберіть точку, через яку проходить графік функції y=$\log_3 x + 2$

   А) M(1/9;4)   B) N(9;4)   C) K(3;1)   D) P(6;2)

4. Графіки функції y=$\log_7 x$ та $y = \log_{1/7} x$ знаходяться в одній системі координат. Вони симетричні відносно:

А) осі ОХ;   Б) осі ОУ;   В) прямої y= - x;   Г) прямої y = x

5. Обчисліть значення виразу: $2\log_6 36 - 4\log_3 27$.

А) 8;   Б) -5;   В) 5;   Г) 8

У завданнях 6 та 7 встановіть відповідність. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть відповідник, позначений БУКВОЮ. Відповідь впишіть у таблицю і перенесіть її до бланку відповідей.

6   Встановіть відповідність між рівнянням та його коренем.

1   $\log_{x-1}(x^2 - 5) = 2$;   А) -4   В) 3

2 $\log_4(3x - 2) = \log_4(x + 6)$ Б) -3   Г) 4

1	
2	

7 Знайдіть до кожної з нерівностей відповідний проміжок, який є розв'язком цієї нерівності.

1 $\mathbf{\log_{1/4}(x-3) > -2}$; А) (-∞; 18); В) (18; ∞);

2 $\mathbf{\lg(2x+64) < 2}$ Б) (-∞;19); Г) (19; ∞)

1	
2	

У завданнях 8 – 10 впишіть відповідь і перенесіть її до бланка відповідей

8 Знайдіть x, якщо $\mathbf{\lg x = \frac{1}{3}\lg 64 - 4\lg 3 + 2\lg 9}$

Відповідь :____

9 Обчисліть $\mathbf{9^{\log_2 5}} + \mathbf{10^{\log 5 + \log 7}}$.

Відповідь:____

10 Розв'яжіть рівняння та знайдіть добуток його коренів: $\boldsymbol{log_3^2}x + \log_3 x + 6 = \mathbf{4^{\log_4 7}}$

Відповідь:____

У завданнях 11 та 12 запишіть розгорнуте розв'язання з необхідними поясненнями та граничними побудовами.

11 Знайдіть найбільше ціле значення x, яке задовольняє нерівність:

(4x – 1) $\mathbf{\log_3 8 - 3\log_3 8 > 0}$

Відповідь:____

12 Дано функції g(x) = $-\mathbf{\log_5|x|}$ і f(x)= $2/3+\frac{1}{3}\log_x 5$.

1 Побудуйте графік функції g(x) .

2 Розв'яжіть рівняння: $-\mathbf{\log_5|x|} = 2/3+\frac{1}{3}\log_x 5$.

Відповідь:____

Прізвище, ім'я	Дата

Тема 3-2. Логарифмічні функції

У завданнях 1–7 правильну відповідь позначайте **тільки так:** ✕

	А	Б	В	Г
1				
2				
3				
4				
5				

		А	Б	В	Г
6	1				
	2				
7	1				
	2				

У завданнях 8–10 відповідь записуйте у білі прямокутники. У випадку двох розв'язків записуйте їх через крапку з комою.

8		9		10	

Розв'язання завдань 11–12 та відповідь пишіть у кожному рядку.