**Задачі на мінімум і максимум.**

**Приклад 1.** Розбити число 27 на два додатних складових числа, добуток яких найбільший.

*Розв’язок*

1. Позначимо перше число – х

 друге число – (27 – х)

Добуток: у = х·(27 – х)

 у = 27х – х2

 у' = 27 – 2х

Розв'язуємо рівняння 27 – 2х = 0

 -2х = -27

 2х = 27

 х = $\frac{27}{2}$ = 13,5

1. Доведемо, що при х = 13,5 функція *у* має найбільше значення:

у'(10) = 27 – 2·10 = 7 > 0; у'(20) = 27 – 2·20 = -13 < 0

Знак першої похідної *у'* змінюється с „ + ” на „ – ”, отже при х = 13,5 добуток у = х·(27 – х) найбільший.

 число – 13,5

 число – (27 – 13,5) = 13,5

*Відповідь:* 13,5 і 13,5

**Приклад 2.** Розбити число 14 на два додатних складових, щоб сума їх квадратів була найменшою.

*Розв’язок*

Позначимо  число – х

  число – (14 – х)

Сума квадратів має вигляд:

у = х2 + (14 – х)2

у = х2 + (142 – 2 · 14 · х + х2) = х2 + 196 – 28х + х2 = 2х2 – 28х + 196

Маємо функцію: у = 2х2 – 28х + 196

Дослідимо її на мінімум.

у' = 4х – 28

4х – 28 = 0

4х = 28

х = $\frac{28}{4}$ = 7

Доведемо, що при х = 7 функція *у* має мінімум.

у'(6) = 4·6 – 28 = -4 < 0

у'(8) = 4·8 – 28 = 32 – 28 = 4 > 0

Знак змінюється з „ – ” на „ + ”, отже функція *у* має мінімум у точці х = 7

 число – 7

 число – (14 – 7) = 7

*Відповідь:* 7 і 7.

**Приклад 3.** Розбити число 8 на два додатних числа, щоб сума їх кубів була найменшою.

*Розв’язок*

Позначимо  число – х

  число – (8 – х)

Сума кубів: у = х3 + (8 – х)3

Застосовуємо формулу: (а – b)3 = a3 – 3a2b + 3ab2 – b3

Маємо:

у = х3 + (8 – х)3 = х3 + 83 – 3 · 82 · х + 3 · 8 · х2 – х3 = 512 – 3 · 64х + 24х2 = 24х2 – 192х + 512

Отже: у = 24х2 – 192х + 512

Дослідимо цю функцію на мінімум:

у' = 48х – 192

 48х – 192 = 0

 48х = 192

 х = $\frac{192}{48}$ = 4

Доведемо, що при х = 4 функція у має мінімум.

у'(3) = 48 · 3 – 192 = 144 – 192 = -48 < 0

у'(5) = 48 · 5 – 192 = 48 > 0

Знак у' змінюється с „ – ” на „ + ”, тобто функція *у* має мінімум при х = 4, тоді ІІ число: (8 – 4) = 4.

*Відповідь:*  4 і 4.